

פלאי הטבע.

התכלית, לדעת איך להכיר באורך המחזור העשרוני?
ולזה אנו נעבור תהליך הסברים פחות מעניינים.

$$1/7 = 0.142857142857142857...$$

כולנו מכירים מה זה "המחזור העשרוני".

המחזור העשרוני כאן, הוא 142857

עד כאן אין שום פלא!

כאן מתחיל הפלא!

$1/7 = 0.142\ 857$
$(857 + 1) \div (142 + 1)$
$= 7 - 1$

להעיר

$1001 = 7 \times 143$
$1/7 = 0.142\ 857$

או

$1001 = 7 \times 143$
$1/143 = 0.006\ 993$

כמובן כי

$1/143 = 0.006\ 993$
$(993 + 1) \div (6 + 1)$
$= 143 - 1$

לפני שנרחיק לכת בעוד דוגמאות, הבה ונגלה סוד!

היות כי

$1001 = 7 \times 143$
$1/7 = 0.142\ 857$
$1/143 = 0.006\ 993$

למה לא יצא לנו

$1/7 = 0.143 \dots$
$1/143 = 0.007 \dots$

מדוע 143 חסר 1 תוך המחזור העשרוני?

142 857

מדוע 7 חסר 1 תוך המחזור העשרוני?

006 993

הסוד הוא, כי מן הנכון לחסר 1, כי מאותו 1,

מסתפקים כל המספרים (מימין) שבמחזור של השבר העשרוני. עד האין סוף!

ואם תרצה, יש להבחין בתהליך צעד-צעד!

למשל,

$1/7 = 0.143 \dots$
$1/7 = 0.142\ 857$

הנו 142 ולא 143. כך, שיוכל לספק ל 858

ואותו 857 הוא חסר 1,

כך, שיוכל לספק ל 143 שבא אחריו,

והנו 142 ולא 143. כך, שיוכל לספק ל 858 שבא אחריו,

וכן הלאה.

נחזור לשבר העשרוני.
היות כי $13 \cdot 11 = 143$

$1/11 = 0.090\ 909$
$(909 + 1) \div (90 + 1)$
$= 11 - 1$

או

$1/13 = 0.076\ 923$
$(923 + 1) \div (76 + 1)$
$= 13 - 1$

לאמתו של דבר

$$13 \cdot 11 \cdot 7 = 1001$$

אלא שאפשר להרבות במספרים (מורכבים). (143, 91, 77)

$$77 = 11 \cdot 7$$

$$91 = 13 \cdot 7$$

$$143 = 13 \cdot 11$$

עוד לא ראינו השבר העשרוני של 91 או של 77
וכבר יש לשער כי גם לאלו, המחזור עשרוני יהיה מ 6 ספרות

$1001 = 11 \times 91$
$1/11 = 0.090\ 909$
$1001 = 11 \times 91$
$1/91 = 0.010\ 989$

הערה: $1/11$ אין המחזור העשרוני שלו מ 6 ספרות!
 $0.0909090909090909 = 1/11$

אבל בהתאם להסבר שלנו, זה מסתדר

$1/11 = 0.090\ 909$
$(909 + 1) \div (90 + 1)$
$= 11 - 1$

אודות המחזור העשרוני, בשבר העשרוני.

מה קובע, כי ל $1/7$ יש מחזור מ 6 ספרות?

איני מאמין שמישהו נגלה לו הסוד הזה?

אם יש מי שיכול לחשב מה יהיה אורך המחזור העשרוני של השבר הזה (למשל)?

$$1/13468753$$

אנו נלמד איך זה פועל!

ולא עוד אלא, בהתאם למשל, 13468753 . מכנה זה יש לו 13468752 שברים עשרוניים. אנו נדע גם, מה הם הספרות השונות שיצטרכו ל 13468752 השברים העשרוניים לימין הנקודה. כי, לכל שבר עשרוני, ספרות שונות המתחילות לימין הנקודה העשרונית.

כדוגמת המכנה 7 שפגשנו:

$$0.142857 = 1/7 ; 0.285714 = 2/7 ; 0.428571 = 3/7 ;$$

$$0.571428 = 4/7 ; 0.714285 = 5/7 ; 0.857142 = 6/7 ;$$

להעיר! כי $7/7$ אינו שייך, בהיותו "אחד שלם".

כאן, ששת הספרות למחזור המכנה 7, הם 1, 2, 4, 5, 7, 8. כמובן כי יש לשלול 3, 6.

לזכור טוב! כי כל ספרה שבמחזור (לכל השברים העשרוניים, כאשר אחדות המכנה = 1 או 3 או 7 או 9) כן, כל

ספרה שבמחזור, מייצגת התחלת שבר עשרוני.

0.857142	0.714285	0.571428	0.428571	0.285714	0.142857
6/7	5/7	4/7	3/7	2/7	1/7

ואם תרצו

1	4	2	8	5	7
1/7	3/7	2/7	6/7	4/7	5/7

כל ספרה שבמחזור 0.142857, מייצגת שבר אחר לאותו מכנה.

אבל! אנו חייבים לענות על השאלה, מדוע למחזור של המכנה 7, שייך 6 ספרות? הבה ונבדוק המכנה 13.

$$1/13 = 0.076923076923076$$

0	7	6	9	2	3
1/13	10/13	9/13	12/13	3/13	4/13

גם למכנה 13, יש מחזור הבנוי משש ספרות.

כלומר, הוא צריך עוד 6 ספרות נוספות לבנות 12 השברים.

$$2/13 = 0.1538461538461538$$

1	5	3	8	4	6
2/13	7/13	5/13	11/13	6/13	8/13

הנה יש לרשותנו כל ה 12 שברים, בעזרת שני מחזורים עשרוניים. 076923 ו 153846

$$1/13 = 0.076923$$

$$2/13 = 0.153846$$

$$3/13 = 0.230769$$

$$4/13 = 0.307692$$

$$5/13 = 0.384615$$

$$6/13 = 0.461538$$

$$7/13 = 0.538461$$

$$8/13 = 0.615384$$

$$9/13 = 0.692307$$

$$10/13 = 0.769230$$

$$11/13 = 0.846153$$

$$12/13 = 0.923076$$

אנו רואים כי כל אחת מ 12 ספרות לשני המחזורים, פותחות שבר עשרוני אחר. וזה הכלל. לספרות הפותחות השבר העשרוני.

כמובן לכל מכנה שיש לו אחדות = 1 או 3 או 7 או 9.

למשל, 13 יש כאן 3 + 10

עבור ה 3 להוסיף 3 , 6

(3 - 1 = 2 שברים של 3. שהם 0.333 ו 0.666)

ועבור ה 10 להוסיף "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"

נמצא פעמיים 3, ופעמיים 6.

למשל, 43 יש כאן 3 + 40

עבור ה 3 להוסיף 3 , 6

ועבור ה 40 להוסיף 4 פעמים "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"

ואלו הם 42 שברים, עם פעמיים 3 ו 6

למשל, 19 יש כאן 9 + 10

עבור ה 9 להוסיף 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

(9 - 1 = 8 שברים של 9. שהם 0.111 ו 0.222 ו 0.333 ו 0.444 ו 0.555 ו 0.666 ו 0.777 ו 0.888 ו 0.999)

ועבור ה 10 להוסיף "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"

נמצא פעמיים 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

למשל, 69 יש כאן 9 + 60

עבור ה 9 להוסיף 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

ועבור ה 60 להוסיף שש פעמים "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"

ואלו הם 68 שברים, עם פעמיים 6 פעמים 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

למשל, 11 יש כאן $1 + 10$
 עבור ה 1 להוסיף 0, כלומר אין מה להוסיף.
 ועבור ה 10 להוסיף "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"
 למשל, 71 יש כאן $1 + 70$
 עבור ה 1 אין להוסיף
 ועבור ה 70 להוסיף 7 פעמים "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"
 ואלו הם 70 שברים, המתחילים ב
 7 פעמים 0, 7 פעמים 1, 7 פעמים 2, 7 פעמים 3, 7 פעמים 4,
 7 פעמים 5, 7 פעמים 6, 7 פעמים 7, 7 פעמים 8, 7 פעמים 9.

למשל, 17 יש כאן $7 + 10$
 עבור ה 7 להוסיף 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8
 הסוד, למה לא 3 ו 6?
 כי $3 + 7 = 10$, ושניהם מתחלקים ב 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
 וכן
 הסוד, $1 + 9 = 10$
 ושניהם מתחלקים ב 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
 9 מקבל כולם. ו 1 לא מקבל כלום.
 ועבור ה 10 (של 17) להוסיף "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"
 למשל, 87 יש כאן $7 + 80$
 עבור ה 7 להוסיף 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8
 ועבור ה 80 להוסיף 8 פעמים "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"
 ואלו הם 86 שברים של המכנה 87.

ועדיין לא ענינו על השאלה
 מדוע למחזור של המכנה 7, שייך 6 ספרות?
 מדוע למחזור של המכנה 13, שייך 6 ספרות?
 הבה ונגלה הסוד!

$11 \div 11 = 1$
 אותו 11 המספר בעל שתי ספרות,
 הואיל ומתחלק ב 11. נמצא שתי ספרות במחזור העשרוני. וכן הוא!
 $1/11 = 0.0909090909090909$

$111 \div 3 = 37$
 אותו 111 המספר בעל שלוש ספרות,
 הואיל ומתחלק ב 37. נמצא שלוש ספרות במחזור העשרוני של 37. וכן הוא!
 $1/37 = 0.027027027027027$

$1111 \div 11 = 101$
 אותו 1111 המספר בעל 4 ספרות,
 הואיל ומתחלק ב 101. נמצא 4 ספרות במחזור העשרוני של 101. וכן הוא!
 $1/101 = 0.0099009900990099$

$11111 = 41 * 271$
 וכן הוא!
 $1/41 = 0.024390243902439$
 $1/271 = 0.003690036900369$
 $111111 = 3 * 7 * 11 * 13 * 37$
 להעיר
 $3 * 7 = 21$; $3 * 11 = 33$; $3 * 13 = 39$; $3 * 37 = 111$
 $7 * 11 = 77$; $7 * 13 = 91$; $7 * 37 = 259$
 $11 * 13 = 143$; $11 * 37 = 407$
 $13 * 37 = 481$

קבלנו עוד 10 מספרים בעלי מחזור של 6 ספרות.

נא לבדוק בעצמכם!

אך עוד לא גמרנו

$$21 \cdot 33 = 693$$

וכן כל היתר. וברור יותר בלוח הבא.

והנה כל השברים בעלי מחזור = 6 ספרות.

1, 3, 7, 11, 13, 21, 33, 37, 39, 77, 91, 111, 143, 231, 259, 273, 407, 429, 481, 777, 1001, 1221, 1443, 2849, 3003, 3367, 5291, 8547, 10101, 15873, 37037, 111111

3×1	3×7	3×11	3×13	3×37	$3 \times 7 \times 11$
1/3	1/21	1/33	1/39	1/111	1/231
	0.047619		0.025641		0.004329
	ל 6 ספרות		ל 6 ספרות		ל 6 ספרות
$3 \times 7 \times 13$	$3 \times 7 \times 37$	$3 \times 11 \times 13$	$3 \times 11 \times 37$	$3 \times 13 \times 37$	$3 \times 7 \times 11 \times 13$
1/273	1/777	1/429	1/1221	1/1443	1/3003
0.003663	0.001287	0.002331	0.000819	0.000693	0.000333
ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות
$3 \times 7 \times 11 \times 37$	$3 \times 7 \times 13 \times 37$	$3 \times 11 \times 13 \times 37$	$3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$		7×1
1/8547	1/10101	1/15873	1/111111		1/7
0.000117	0.000099	0.000063	0.000009		0.142857
ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות		ל 6 ספרות
7×11	7×13	7×37	$7 \times 11 \times 13$	$7 \times 11 \times 37$	$7 \times 13 \times 37$
1/77	1/91	1/259	1/1001	1/2849	1/3367
0.012987	0.010989	0.003861	0.000999	0.000351	0.000297
ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות
$7 \times 11 \times 13 \times 37$	37×1	11×1	11×13	11×37	$11 \times 13 \times 37$
1/37037	1/37	1/11	1/143	1/407	1/5291
0.000027			0.006993	0.002457	0.000189
ל 6 ספרות			ל 6 ספרות	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות
	13×1	13×37	אנו מבחינים במספר האפסים לימין הנקודה העשרונית. ממש כמספר הספרות שבעשרות המכנה.		
	1/13	1/481			
	0.076923	0.002079			
	ל 6 ספרות	ל 6 ספרות			

בלי עיין הרע!

קבלנו 26 ! שש לאחד!

כלומר, שש ספרות לכל מחזור עשרוני, לאותם 26 שברים עשרוניים.

להעיר, כי חמשת המספרים 3, 11, 33, 37, 111

הגם שהמספר 111111 מתחלק ב 3, 11, 33, 37, 111

אינם נכללים, כי אין במחזור שלהם 6 ספרות.

$$0.3333333333333333 = 1/3$$

$$0.0909090909090909 = 1/11$$

$$0.0303030303030303 = 1/33$$

$$0.027027027027027 = 1/37$$

$$0.009009009009009 = 1/111$$

הערה! יש כאן פליאה, אך ורק למי שמחפש פליאות!

$$15873 = 7 \div 111111 \quad \text{מה הפליאה? כי הוא כולל המספרים 11 ו 13}$$

$$11 = 3 + 7 + 1 ; 13 = 8 + 5 \dots 15873$$

$$8547 = 13 \div 111111 \quad \text{מה הפליאה? כי הוא כולל המספרים 11 ו 13}$$

$$11 = 7 + 4 ; 13 = 8 + 5 \dots 8547$$

קצת אור!

מה בשבילנו 999? הוא סך שני חצאי מחזור הבנוי מ 6 ספרות.

למשל, $0.142857 = 1/7$ כלומר $999 = 857 + 142$

למעשה, $1001 = 1 + 1 + 999$

$$1001 = 7 \times 143$$

$$1/7 = 0.142857$$

$$858 \div 143 = 7 - 1$$

$$857 = 142 - 999$$

142 ; 857 האם שני מספרים אלו (בהיותם מספר אחד) מתחלקים ב 999? ולאילו תשובה יש לצפות?

$$999 - 142 = 857$$

$$142 \overline{) 857} \div 999 = 143$$

$$857 \overline{) 142} \div 999 = 858$$

ולא עוד אלא, איזה מספר שתבחר מ 1 ועד 998 תגיע לאותה תוצאה...
אנו נבחר במספר 048 האם זה יעבוד? הבה ונבדוק!

$$999 - 048 = 951$$

$$048 \overline{) 951} \div 999 = 049$$

$$951 \overline{) 048} \div 999 = 952$$

כן! זה עובד!

לשים לב לסך שתי התוצאות. $1001 = 952 + 049$

אם כבר, הבה ונשתעשע במספרים. מה שטוב ל 999 אמור להיות טוב ל 9, ל 99, ...

$$9 - 4 = 5$$

$$45 \div 9 = 5$$

$$54 \div 9 = 6$$

$$11 = 6 + 5$$

$$99 - 37 = 62$$

$$37 \overline{) 62} \div 99 = 38$$

$$62 \overline{) 37} \div 99 = 63$$

$$101 = 63 + 38$$

ועוד ניסיון

$$999999 - 123456 = 876543$$

$$123456 \overline{) 876543} \div 999999 = 123457$$

$$876543 \overline{) 123456} \div 999999 = 876544$$

וגם כאן יש לנו שתי התוצאות $1000001 = 876544 + 123457$

להשתעשע!

$$18 \div 9 = 2 ; 81 \div 9 = 9 \rightarrow 2 + 9 = 11$$

$$27 \div 9 = 3 ; 72 \div 9 = 8 \rightarrow 3 + 8 = 11$$

$$36 \div 9 = 4 ; 63 \div 9 = 7 \rightarrow 4 + 7 = 11$$

$$45 \div 9 = 5 ; 54 \div 9 = 6 \rightarrow 5 + 6 = 11$$

סוף-סוף, עלינו לענות על השאלה

אם יש מי שיכול לחשב מה יהיה אורך המחזור העשרוני של השבר הזה (למשל)?

1/13468753

אנו רואים כאן 8 ספרות. אנו נעבור מעבר ל 8 אחדות 11111111, ונתחיל כל פעם להאריך המספר בתוספת 1 ...

11111111

11111111

11111111

11111111

11111111

11111111

11111111

11111111

וכן הלאה.

לזכור כי $13468753 = 181 * 74413$

אכן כל פעם לחלק ב 181 או ב 74413 והפעם שנקבל מספר שלם, זהו אורך המחזור.

ואנו נוכל לבדוק במספר קטן יותר כמו 73

לזכור, 73 הוא מספר ראשוני.

$37 * 3 = 111$

73 אינו כאן

$101 * 11 = 1111$

73 אינו כאן

$271 * 41 = 11111$

73 אינו כאן

$37 * 13 * 11 * 7 * 3 = 111111$

73 אינו כאן

$4649 * 239 = 1111111$

73 אינו כאן

$137 * 101 * 73 * 11 = 11111111$

73 ישנו כאן

הנה הגענו! אורך המחזור אמור להיות 8 ספרות.

הבה ונבדוק!

$1/73 = 0.0136986301369863$ נכון, הם 8 ספרות! וכן

$1/137 = 0.0072992700729927$ גם לו 8 ספרות.
