

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גוונים.
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.

אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה

חלק א'

פתיחת הצניין,

ואמנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.

כי חלק א'

צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1							
					1	1						
				1	2	1						
			1	3	3	1						
		1	4	6	4	1						
	1	5	10	10	5	1						
1	6	15	20	15	6	1						

$$4 + 6 = 10$$

המשולש של פסקל.

חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

					1						
				1		1					
			1				1				
		1						1			
	1								1		
1										1	

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)
ולכתוב הסך למטה באמצע.

					1						
				1		1					
				↘		↙					
			1		2		1				
			↘		↙		↘		↙		
		1		3		3		1			
		↘		↙		↘		↙			
	1		4		6		4		1		
	↘		↙		↘		↙		↘		
1		5		10		10		5		1	

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1		1					
			1		2		1				
		1		3		3		1			
	1		4		6		4		1		
1		5		10		10		5		1	
1	6		15		20		15		6		1

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
			1		4		6		4		1	
		1		5		10		10		5		1
	1		6		15		20		15		6	
	1		6		15		20		15		6	

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4 ,
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין) $10 = 6 + 4$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

אנו ניעזר באותיות.

C לעמודה, **L** לשורה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

הסימטריות

								1								
								1		1						
							1		2		1					
						1		3		3		1				
					1		4		6		4		1			
			1		5		10		10		5		1			
		1		6		15		20		15		6		1		
	1		7		21		35		35		21		7		1	
1		8		28		56		70		56		28		8		1

אנו גם יכולים להבחין, המספרים באדום!
מוצאים הסימטריות שבלוח הקודם.

פרשנות שנית שראינו בכיתה.
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^1 = 1a^1 + 1b^1$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

וכעת ניתן לנו להבחין! אמת יש בזה מה שיש בזה!

1	1					$1a^1 + 1b^1$
1	2	1				$1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$
1	3	3	1			$1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$
1	4	6	4	1		$1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$
1	5	10	10	5	1	$1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$

לאמתו של דבר, אין מן הנכון לכתוב "1" בצמוד לאותיות (כי מובן מאליה), אלא נכתב כאן רק לעורר תשומת הלב!

והנה המשולש של פסקל, במלא הדרו.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	הסך
$(a + b)^1 \rightarrow$	1	1									2
$(a + b)^2 \rightarrow$	1	2	1								4
$(a + b)^3 \rightarrow$	1	3	3	1							8
$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1						16
$(a + b)^5 \rightarrow$	1	5	10	10	5	1					32
$(a + b)^6 \rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1				64
$(a + b)^7 \rightarrow$	1	7	21	35	35	21	7	1			128
$(a + b)^8 \rightarrow$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		256
$(a + b)^9 \rightarrow$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	512

ניקח לדוגמה, השורה מס' 4.

$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1
-------------------------	---	---	---	---	---

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

המשולש של פסקל.

החלק שלרשותנו, היום.

כל זה כבר ראינו!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

להעיר! כי בעמודה-1 (C₁), נכללים כל המספרים, מ 1 ועד לאין סוף.
נמצא כי כל תא בעמודה-2 הוא כולל סך מספרים המתחיל מ 1 ועד המספר האחרון.
למשל: בעמודה-2 בתא "55" יש להבין, כי 55 כולל המספרים הנמצאים בעמודה-1 מ 1 ועד ...
מסתכלים בעמודה-1, ומגלים כי, 55 = סך כל המספרים שבעמודה-1 מ 1 ועד 10.

והנה השאלה מהו סך מ 4 ועד 7?

איך למצוא בעזרת הלוח, סך מ 4 ועד 7? (כלומר 4 + 5 + 6 + 7)
אנו נצטרך למצוא שני תאים, ולחסר אחד מהשני.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃
L ₀	1			
L ₁	1	1		
L ₂	1	2	1	
L ₃	1	3	3	1
L ₄	1	4	6	4
L ₅	1	5	10	10
L ₆	1	6	15	20
L ₇	1	7	21	35
L ₈	1	8	28	56
L ₉	1	9	36	84

אנו כבר יודעים למצוא מ 1 ועד 7
אנו כבר יודעים למצוא מ 1 ועד 3
לאחר שמחסרים זה מזה,
נשארים עם
מ 4 ועד 7.

$$22 = 28 - 6$$

מספר ראשון, סך מ 1 ועד 3 מעמודה-1 ... הנו 6 בעמודה-2
מספר שני, סך מ 1 ועד 7 מעמודה-1 ... הנו 28 בעמודה-2
יש לחסר 28 - 6 = 22

(22 לא נמצא בלוח, ואינו מופיע בשום תא, אבל 28 קיים, ו 6 קיים).

ננסה לענות על השאלה בגישה פשוטה יותר.
אנו צריכים לדעת להסתדר, בלי עזרת הלוח.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

איך למצוא סך ללא עזרת הלוח?

$$? = 7 + 6 + 5 + 4$$

מה הם הנתונים הנחוצים?

יש לפנינו 4 מספרים, המתחילים במספר 4, ומסתיימים במספר 7.

אבל השאלה היא. מה הוא הסך החל מ 4 ועד 7?

שלב א. מחברים ראשון עם אחרון.

$$11 = 7 + 4$$

שלב ב. למצוא כמה מספרים לרשותנו?

איך? לחסר המספר הקודם למספר הקטן, מהמספר הגדול.

המספר הקטן = 4 ; המספר הגדול = 7

לחסר 3 מ 7 ... $7 - 3 = 4$ מספרים לרשותנו. (שהם $4 + 5 + 6 + 7$)

שלב ג. חצי הזוגי

יש לרשותנו שני מספרים מאותן שני שלבים.

לרשותנו 11 ו 4 עלינו למצוא חצי הזוגי, ונשארים עם 11 ו 2

שלב ד. לכפול.

$$22 = 2 * 11 \quad (\text{שהם } 4 + 5 + 6 + 7 = 22)$$

עוד תרגיל. למצוא סך מ 7 עד 21

שלב א. מחברים ראשון עם אחרון.

$$28 = 21 + 7$$

שלב ב. למצוא כמה מספרים לרשותנו?

לחסר 6 מ 21 ... $21 - 6 = 15$ מספרים לרשותנו.

שלב ג. חצי הזוגי

לרשותנו 28 ו 15 עלינו למצוא חצי הזוגי, ונשארים עם 14 ו 15

שלב ד. לכפול.

$$210 = 15 * 14$$

ננסה לבדוק!

$$210 = 21 + 20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7$$

עוד תרגיל. למצוא סך מ 5 עד 31
שלב א. מחברים ראשון עם אחרון.

$$36 = 31 + 5$$

שלב ב. למצוא כמה מספרים לרשותנו?

לחסר 4 מ 31 ... $31 - 4 = 27$ מספרים לרשותנו.

שלב ג. חצי הזוגי

לרשותנו 36 ו 27 עלינו למצוא חצי הזוגי, ונשארים עם 18 ו 27

שלב ד. לכפול.

$$486 = 27 * 18$$

ננסה לבדוק!

$$+ 23 + 22 + 21 + 20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5$$

$$486 = 31 + 30 + 29 + 28 + 27 + 26 + 25 + 24$$

למצוא סך מ 4 עד 7

(שהם $4 + 5 + 6 + 7 = 22$)

מבחינת חשבון! איך למצוא סך, מ 4 ועד 7?

♥	♥	♥	♥			
♥	♥	♥	♥	♥		
♥	♥	♥	♥	♥	♥	
♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥

$$7 + 6 + 5 + 4$$

פעמים 11

[illegible]

עוד תרגיל יותר קל

למצוא סך מ 4 עד 10

(שהם $49 = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4$)

מבחינת חשבון! איך למצוא סך, מ 4 ועד 10?

למצוא סך מ 4 עד 10

שלב א. $14 = 10 + 4$... חצי $7 =$

שלב ב. לחסר 3 מ 10 ... $10 - 3 = 7$

שלב אחרון. $49 = 7 * 7$

						
						
						
						
						
						
						

(שהם $4 + 5 + 6 + 7 = 22$)

[illegible]

עוד פעולת חיבור על אותו לוח

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

כאשר המספר מוכפל בשורה מן השורות. כמו כאן, יש לנו פעמיים 120...
אז יש לצפות לשתי עמודות, ולשני אלכסונים בסך 120.

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לשלם לזכות לידיע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת בשבילי?
אפשר בכלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ופרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgarim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.