

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גוונים.
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.

אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה

חלק א'

פתיחת הצניין,

ומאנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.

כי חלק א'

צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1							
					1	1						
				1	2	1						
			1	3	3	1						
		1	4	6	4	1						
	1	5	10	10	5	1						
1	6	15	20	15	6	1						

$$4 + 6 = 10$$

המשולש של פסקל.

חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

					1						
				1		1					
			1				1				
		1						1			
	1								1		
1										1	

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)
ולכתוב הסך למטה באמצע.

					1						
				1		1					
				↘		↙					
			1		2		1				
			↘		↙		↘		↙		
		1		3		3		1			
		↘		↙		↘		↙			
	1		4		6		4		1		
	↘		↙		↘		↙		↘		
1		5		10		10		5		1	

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1		1					
			1		2		1				
		1		3		3		1			
	1		4		6		4		1		
1		5		10		10		5		1	
1	6		15		20		15		6		1

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
			1		4		6		4		1	
		1		5		10		10		5		1
	1		6		15		20		15		6	
	1		6		15		20		15		6	

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4 ,
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין) $10 = 6 + 4$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

אנו ניעזר באותיות.

C לעמודה, **L** לשורה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

הסימטריות

								1								
								1		1						
							1		2		1					
						1		3		3		1				
					1		4		6		4		1			
			1		5		10		10		5		1			
		1		6		15		20		15		6		1		
	1		7		21		35		35		21		7		1	
1		8		28		56		70		56		28		8		1

אנו גם יכולים להבחין, המספרים באדום!
מוצאים הסימטריות שבלוח הקודם.

פרשנות שנית שראינו בכיתה.
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^1 = 1a^1 + 1b^1$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

וכעת ניתן לנו להבחין! אמת יש בזה מה שיש בזה!

1	1					$1a^1 + 1b^1$
1	2	1				$1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$
1	3	3	1			$1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$
1	4	6	4	1		$1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$
1	5	10	10	5	1	$1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$

לאמתו של דבר, אין מן הנכון לכתוב "1" בצמוד לאותיות (כי מובן מאליה), אלא נכתב כאן רק לעורר תשומת הלב!

והנה המשולש של פסקל, במלא הדרו.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	הסך
$(a + b)^1 \rightarrow$	1	1									2
$(a + b)^2 \rightarrow$	1	2	1								4
$(a + b)^3 \rightarrow$	1	3	3	1							8
$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1						16
$(a + b)^5 \rightarrow$	1	5	10	10	5	1					32
$(a + b)^6 \rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1				64
$(a + b)^7 \rightarrow$	1	7	21	35	35	21	7	1			128
$(a + b)^8 \rightarrow$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		256
$(a + b)^9 \rightarrow$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	512

ניקח לדוגמה, השורה מס' 4.

$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1
-------------------------	---	---	---	---	---

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

המשולש של פסקל.

החלק שלרשותנו, היום.

את זה מה שראינו לאחרונה.
אפשרויות החיבור, בלוח שלנו?

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1				L ₁	1	1				L ₁	1	1			
L ₂	1	2	1			L ₂	1	2	1			L ₂	1	2	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1	
L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5
L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330
120 = 84 + 36						120 = 84 + 28 + 7 + 1						120 = 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1					
חיבור שני תאים						חיבור אלכסון המתחיל מעמודה-0						חיבור כל עמודה בלוח.					

כמה עמודות ביחד!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

מהו סך אותם עמודות? אנו יכולים להגיע בכוחות עצמנו!

סך כל העמודה-0 מרומו במספר 7 הנמצא בעמודה-1

סך כל העמודה-1 מרומו במספר 28 הנמצא בעמודה-2

סך כל העמודה-2 מרומו במספר 84 הנמצא בעמודה-3

סך כל העמודה-3 מרומו במספר 210 הנמצא בעמודה-4

סך כל העמודה-4 מרומו במספר 462 הנמצא בעמודה-5

בהמשך לתהליך כזה, אנו כבר יכולים למצוא סך העמודות 0-1-2-3-4-

$$791 = 452 + 210 + 84 + 28 + 7$$

הבה ונסתכל מה יש בלוח? בוודאי שלא נמצא הסך 791. אלא ש...

L ₆	1	6	15	20	15	6
L ₇	1	7	21	35	35	21
L ₈	1	8	28	56	70	56
L ₉	1	9	36	84	126	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	252
L ₁₁	1	11	55	165	330	462
L ₁₂	1	12	66	220	495	792

אפשר למצוא 792.

בקיצור, אם נעשה $791 = 1 - 792$

זהו סך 5 העמודות המתחילות ב 1. ומסתיימות ב 1, 7, 28, 84, 210.

עוד תרגיל.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1257	715	286	78	13
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188

מה אמור להיות סך העמודות 0-1-2-3-4-5-

אין אנו חייבים למצוא סך המספרים באדום!

אנו נוכל להסתפק בעשיית "פחות 1". $12375 = 1 - 12376$

הבה ונבדוק, $12375 = 8008 + 3003 + 1001 + 286 + 66 + 11$

זה סימן שאנו יודעים למצוא סך עמודות, בעזרת הלוח, ללא שום חישובים.

עוד תרגיל.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1257	715	286	78	13
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188

את זה אנו נבדוק מקרוב יותר.

בעמודה-1, שורה-11 יש לנו **11** והוא סך לכל העמודב-0 עד שורה-10.

למטה מאותו **11**, יש המספר 12. (שהוא סך 11 + 1 שבשורה-11)

בעמודה-2, שורה-12 יש לנו **66** והוא סך לכל העמודב-1 עד שורה-11.

למטה מאותו **66**, יש המספר 78. (שהוא סך 66 + 12 שבשורה-12); (שהוא סך 66 + 11 + 1 בכיוון האלכסון)

בעמודה-3, שורה-13 יש לנו **286** והוא סך לכל העמודב-2 עד שורה-12.

למטה מאותו **286**, יש המספר 364. (שהוא סך 286 + 78 שבשורה-13); (שהוא סך 286 + 66 + 11 + 1 בכיוון האלכסון)

בעמודה-4, שורה-14 יש לנו **1001** והוא סך לכל העמודב-3 עד שורה-13.

למטה מאותו **1001**, יש המספר 1365. (שהוא סך 1001 + 364 שבשורה-14); (שהוא סך 1001 + 286 + 66 + 11 + 1)

בעמודה-5, שורה-15 יש לנו **3003** והוא סך לכל העמודב-4 עד שורה-14.

למטה מאותו **3003**, יש המספר 4368. (שהוא סך 3003 + 1365 שבשורה-15); (שהוא סך 3003 + 1001 + 286 + 66 + 11 + 1)

בעמודה-6, שורה-16 יש לנו **8008** והוא סך לכל העמודב-5 עד שורה-15.

למטה מאותו **8008**, יש המספר 12376. (שהוא סך 8008 + 4368 שבשורה-16); (שהוא סך 8008 + 3003 + 1001 + 286 + 66 + 11 + 1)

(שהוא 12376, סך 8008 + 3003 + 1001 + 286 + 66 + 11 + 1 בכיוון האלכסון)

שהוא 12376, סך 8008 + 3003 + 1001 + 286 + 66 + 11 + 1

כלומר, המספר 12376 כולל

סך העמודה-5 (8008) + סך העמודה-4 (3003) + סך העמודה-3 (1001) + סך העמודה-2 (286) + סך

העמודה-1 (66) + סך העמודה-0 (11) + **1**

אכן

$12375 = 1 - 12376$ והוא סך העמודות המסומנות בצהוב.

יש המציגים לוח פסקל בדרך זו.

נמצא כל תא בעמודה-2, היא סך המספרים לשורה הקודמת לה

#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66		
3	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220			
4	1	5	15	35	70	126	210	330	495				
5	1	6	21	56	126	252	462	792					
6	1	7	28	84	210	462	924	1 סך עמודה-0 = 6 סך עמודה-1 = 21 סך עמודה-2 = 56 סך עמודה-3 = 126 סך עמודה-4 = 252 סך הכל = 462					
7	1	8	36	120	330	792							
8	1	9	45	165	495								
9	1	10	55	220									
10	1	11	66										
11	1	12											
12	1												

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
L ₀	1						
L ₁	1	1					
L ₂	1	2	1				
L ₃	1	3	3	1			
L ₄	1	4	6	4	1		
L ₅	1	5	10	10	5	1	
L ₆	1	6	15	20	15	6	1
L ₇	1	7	21	35	35	21	7
L ₈	1	8	28	56	70	56	28
L ₉	1	9	36	84	126	126	84
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924

נמצאנו יכולים לתת הסבר לכל תא.

(אנו נעזר באלכסון שלנו).

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
L ₀	1						
L ₁	1	1					
L ₂	1	2	1				
L ₃	1	3	3	1			
L ₄	1	4	6	4	1		
L ₅	1	5	10	10	5	1	
L ₆	1	6	15	20	15	6	1
L ₇	1	7	21	35	35	21	7
L ₈	1	8	28	56	70	56	28
		8 מייצג 7 + 1	36	84	126	126	84
				120	210	252	210
					330	462	462
						792	924
							1716
	מייצג אלכסון		36 מייצג 7 + 1 28 +	120 1 מייצג + 7 + + 28 84	330 1 מייצג + 7 + 84 + 28 210 +	792 1 מייצג + 7 + 84 + 28 + 210 + 462	1716 1 מייצג + 7 + 84 + 28 + 210 + + 462 924

ועל דרך זו, אנו יכולים לתת הסבר לכל תא.

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לשלם לזכות לידיע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת בקיפוי?
אפשר ככלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ובפרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgaim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.