

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גוונים.
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.

אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה

חלק א'

פתיחת הצניין,

ומאנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.

כי חלק א'

צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1							
				1		1						
			1		2		1					
		1		3		3		1				
	1		4		6		4		1			
	1	5		10		10	5		1			
1		6	15		20		15	6		1		

$$4 + 6 = 10$$

המשולש של פסקל.

חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

					1						
				1		1					
			1				1				
		1						1			
	1								1		
1										1	

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)
ולכתוב הסך למטה באמצע.

					1						
					1		1				
						↘	↙				
				1		2		1			
					↘	↙	↘	↙			
			1		3		3		1		
				↘	↙	↘	↙	↘	↙		
		1		4		6		4		1	
			↘	↙	↘	↙	↘	↙	↘	↙	
	1		5		10		10		5		1

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1		1					
			1		2		1				
		1		3		3		1			
	1		4		6		4		1		
1		5		10		10		5		1	
1	6		15		20		15		6		1

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
		1		4		6		4		1		
	1		5		10		10		5		1	
1		6		15		20		15		6		1

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4 ,
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין) $10 = 6 + 4$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

אנו ניעזר באותיות.

C לעמודה, **L** לשורה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

הסימטריות

								1								
								1		1						
							1		2		1					
						1		3		3		1				
					1		4		6		4		1			
			1		5		10		10		5		1			
		1		6		15		20		15		6		1		
	1		7		21		35		35		21		7		1	
1		8		28		56		70		56		28		8		1

אנו גם יכולים להבחין, המספרים באדום!
מוצאים הסימטריות שבלוח הקודם.

פרשנות שנית שראינו בכיתה.
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^1 = 1a^1 + 1b^1$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

וכעת ניתן לנו להבחין! אמת יש בזה מה שיש בזה!

1	1					$1a^1 + 1b^1$
1	2	1				$1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$
1	3	3	1			$1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$
1	4	6	4	1		$1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$
1	5	10	10	5	1	$1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$

לאמתו של דבר, אין מן הנכון לכתוב "1" בצמוד לאותיות (כי מובן מאליה), אלא נכתב כאן רק לעורר תשומת הלב!

והנה המשולש של פסקל, במלא הדרו.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	הסך
$(a + b)^1 \rightarrow$	1	1									2
$(a + b)^2 \rightarrow$	1	2	1								4
$(a + b)^3 \rightarrow$	1	3	3	1							8
$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1						16
$(a + b)^5 \rightarrow$	1	5	10	10	5	1					32
$(a + b)^6 \rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1				64
$(a + b)^7 \rightarrow$	1	7	21	35	35	21	7	1			128
$(a + b)^8 \rightarrow$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		256
$(a + b)^9 \rightarrow$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	512

ניקח לדוגמה, השורה מס' 4.

$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1
-------------------------	---	---	---	---	---

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

המשולש של פסקל.

החלק שלרשותנו, היום.

את זה מה שראינו לאחרונה.
אפשרויות החיבור, בלוח שלנו?

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1				L ₁	1	1			
L ₂	1	2	1			L ₂	1	2	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1	
L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5
L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330
120 = 84 + 36						120 + 84 = 84 + 36 + 56 + 28					
חיבור שני תאים.						חיבור פעמיים, שני תאים.					

חיבור חלקי עמודות!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

כמובן שצריך לעשות חיבור מספרים, אבל בכל זאת! יש להסתפק בחיבור המספרים באדום.

$$20 = 10 + 10$$

$$35 = 15 + 20$$

$$56 = 21 + 35$$

$$84 = 28 + 56$$

$$120 = 36 + 84$$

$$165 = 45 + 120$$

$$480$$

זהו סך העמודה משמאל מ 10 עד 45 + סך העמודה מימין מ 10 עד 120.

הבה ונסתכל מה יש בלוח? בוודאי שלא נמצא הסך 480. אלא ש...

L ₂	1	2	1			
L ₃	1	3	3	1		
L ₄	1	4	6	4	1	
L ₅	1	5	10	10	5	1
L ₆	1	6	15	20	15	6
L ₇	1	7	21	35	35	21
L ₈	1	8	28	56	70	56
L ₉	1	9	36	84	126	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	252
L ₁₁	1	11	55	165	330	462
L ₁₂	1	12	66	220	495	792

$$480 = (10 + 4 + 1) - 495$$

ביאור הדבר, כי 165 הוא סך העמודה משמאל.

495 הוא סך העמודה מימין עם ה 165.

10 (מימין) הוא סך, הבלתי נכלל בעמודה משמאל (1+3+6).

4 + 1 הוא סך, הבלתי נכלל בעמודה מימין.

ובזה יובן (מה הוא החיסור הבלתי נכלל)

$$480 = (10 + 4 + 1) - 495$$

ונשארנו עם הסך 480,

שהוא סך 6 המספרים שבעמודה-2 + סך 6 המספרים שבעמודה-3 (מה שבצהוב)

המספר 120, מה מייצג בלוח?

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1				L ₁	1	1			
L ₂	1	2	1			L ₂	1	2	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1	
L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5
L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330
120 = 84 + 36						120 = 84 + 28 + 7 + 1					
חיבור עמודה המתחילה מ 1						חיבור אלכסון המתחיל מעמודה-0					

הידעת כי $120 = 84 + 28 + 7 + 1 = 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1$

זה קורה רק אם בשורה, יש פעמיים 120.

המספר 330, מה מייצג בלוח?

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

סך האלכסונים באדום, וסך העמודות בצהוב = 330

האם אפשר לחבר מספר עמודות?
האם אפשר לחבר מספר אלכסונים?

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₀	1					L ₀	1				
L ₁	1	1				L ₁	1	1			
L ₂	1	2	1			L ₂	1	2	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1	
L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5
L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330
סך ארבע עמודות = 329						סך שבעת האלכסונים = 329					

הידעת כי (סך עמודות) $7 + 28 + 84 + 210 = 329$ (סך אלכסונים) $4 + 10 + 20 + 35 + 56 + 84 + 120 = 329$
מוכרחים לחסר 1 מ 330.

משמאל יש לנו 4 עמודות, סך

סך עמודה-0 = 7 ; סך עמודה-1 = 28 ; סך עמודה-2 = 84 ; סך עמודה-3 = 210

מימין יש לנו 7 אלכסונים,

סך האלכסונים

4 , 10 , 20 , 35 , 56 , 84 , 120

חיבור אלכסונים.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1257	715	286	78	13
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188

האלכסון, $924 = 462 + 252 + 126 + 56 + 21 + 6 + 1$

האלכסון, $1716 = 924 + 462 + 210 + 84 + 28 + 7 + 1$

האלכסון, $3003 = 1716 + 792 + 330 + 120 + 36 + 8 + 1$

האלכסון, $5005 = 3003 + 1287 + 495 + 165 + 45 + 9 + 1$

סך 4 האלכסונים 10648

אנו רק חיברנו ארבע תאים אלו $10648 = 5005 + 3003 + 1716 + 924$

זהו סך 4 האלכסונים, סך $(7 * 4 = 28)$ תאים.

ואם נחסר 10648 מ 11440 נקבל 792 הוא המספר הנמצא בעמודה-7.

במילים אחרות אילו הייתי עושה $11440 - 792$ (הבלתי נכללים) $10648 =$

ביאור! 11440 פחות התאים הבלתי נכללים.

בעמודה-0, סך 5 בלתי נכלל. (שהם $1 + 1 + 1 + 1 + 1$ הנכללים ב 5 של עמודה-1)

בעמודה-1, סך 15 בלתי נכלל. (שהם $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ הנכללים ב 15 של עמודה-2)

בעמודה-2, סך 35 בלתי נכלל. (הבלתי נכללים בראש עמודה-2, ונכללים ב 35 של עמודה-3)

בעמודה-3, סך 70 בלתי נכלל. (הבלתי נכללים בראש עמודה-3, ונכללים ב 70 של עמודה-4)

בעמודה-4, סך 126 בלתי נכלל. (הבלתי נכללים בראש עמודה-4, ונכללים ב 126 של עמודה-5)

בעמודה-5, סך 210 בלתי נכלל. (הבלתי נכללים בראש עמודה-5, ונכללים ב 210 של עמודה-6)

בעמודה-6, סך 330 בלתי נכלל. (הבלתי נכללים בראש עמודה-6, ונכללים ב 330 של עמודה-7)

אז מה אפשר? 11440 פחות הבלתי נכללים באלכסונים

$$10649 = 791 - 1140 = (330 + 210 + 126 + 70 + 35 + 15 + 5) - 11440$$

כמובן כי לסך העמודות עושים "פחות 1". לכן היה ראוי לעשות

$$10648 = 791 - 1139 = (330 + 210 + 126 + 70 + 35 + 15 + 5) - 11439$$

לא כן כשחסרנו שני "סך עמודות".

792 הוא סך עמודות (בירוק). 11440 הוא סך עמודות (שבעת העמודות בשלמותם).

אכן התאפשר לנו לעשות $10648 = 792 - 11440$ סך כל חלקי העמודות.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188
L ₁₈	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564
L ₁₉	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582	50388

מה יש לפנינו?

יש גם אלכסונים, וגם עמודות....

איך מחברים העמודות??

אם נחבר כל המספרים באדום (אלכסון הסך) נגיע ל....

$$24309 = 12870 + 6435 + 3003 + 1287 + 495 + 165 + 45 + 9$$

ובתא התחתון יש המספר 24310 (הנמצא מימין)

להעיר! יש בעמודה-8 כל מה שיש באלכסון באדום.

$$(24309 = 12870 + 6435 + 3003 + 1287 + 495 + 165 + 45 + 9)$$

איך מחברים האלכסונים??

$$24309 = 1 - 24310 = 11440 + 6435 + 3432 + 1716 + 792 + 330 + 120 + 36 + 8$$

וזה קורה כאשר פעמיים אותו מספר באותה שורה.

ביאור:

8 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-0

36 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-1

120 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-2

330 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-3

792 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-4

1716 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-5

3432 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-6

6435 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-7

11440 הוא סך לאלכסון המתחיל בשורה-8

בסופו של דבר, סך 8 העמודות נמצא בשורה-17, בעמודה-9 [לא לשכוח "פחות אחד" לסך העמודות].

לפנינו חידוש!

כדאי לגשת לעניין עם הקדמה קטנה. בכל שורה קיימים שני "1" בשני קצוות השורה. אם נחבר שני האלכסונים, נגיע לקודקוד מסוים. ומתחת לאותו קודקוד, יש סך האלכסון. למשל, לאלכסון 1, 4, 10, 20 למטה מ 20 יש המספר 35 (פעמיים, עבור הסך לכל אחד משני האלכסונים) אותו 35 הוא סך $1 + 4 + 10 + 20$. וכן הדבר מתחת לכל קודקוד.

								1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														</
--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

איך זה נראה בלוח (כשאינו בצורת משולש) ?

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188
L ₁₈	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564
L ₁₉	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582	50388

לקודקוד 20 (המתחיל בשורה ובעמודה 3) קיים 35 עבור האלכסון, וקיים עוד 35 עבור העמודה. וכן הוא לכל אחד מאלו הקודקודים.

ולמדנו עוד פרט!

כי כל שורה שיש בה באמצע, מספר כפול פעמיים. אפשר לומר כבר כי המספר השמאלי, שווה לכל המספרים שמעליו. (בנוסף לימיני, שממלא תפקידו להיות סך העמודה)

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
L ₀	1						
L ₁	1	1					
L ₂	1	2	1				
L ₃	1	3	3	1			
L ₄	1	4	6	4	1		
L ₅	1	5	10	10	5	1	
L ₆	1	6	15	20	15	6	1
L ₇	1	7	21	35	35	21	7

$1 + 2 = 3$
 $1 + 3 + 6 = 10$
 $1 + 4 + 10 + 20 = 35$
 להעיר!
 החיבור הוא חיבור
 למה שעליו (באותה עמודה)
 הוא גם חיבור
 האלכסון,
 המגיע לאותו קודקוד.

מה מיוחד בלוח זה?

#	0	1	2	3	4	5		#	0	1	2	3	4	5
0	1						←	0	1					
1	1	1					סך עמודה-0 = 6	1	1	1				
2	1	2	1				סך עמודה-1 = 21	2	1	2	1			
3	1	3	3	1			סך עמודה-2 = 56	3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1		סך עמודה-3 = 126	4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1	סך עמודה-4 = 252	5	1	5	10	10	5	1
6	1	6	15	20	15	6	סך הכל 461	6	1	6	15	20	15	6
7	1	7	21	35	35	21	→	7	1	7	21	35	35	21
8	1	8	28	56	70	56	וכמו כן באלכסונים	8	1	8	28	56	70	56
9	1	9	36	84	126	126	סך אלכסון-0 = 5	9	1	9	36	84	126	126
10	1	10	45	120	210	252	סך אלכסון-1 = 15	10	1	10	45	120	210	252
11	1	11	55	165	330	462	סך אלכסון-2 = 35	11	1	11	55	165	330	462
12	1	12	66	220	495	792	סך אלכסון-3 = 70	12	1	12	66	220	495	792
							סך אלכסון-4 = 126							
							סך אלכסון-5 = 210							
							סך הכל 461							

כאן ניתן להבחין בין סך אלכסון לסך עמודות.

מה הוא סך האלכסונים?

462 = לכל העמודה-4 כולל 210. (בפועל 461)

מה הוא סך העמודות?

סך האלכסון המתחיל משורה-5 (בלי ה 1).

462 הוא סך הלכסון-5 כולל ה 1. (בפועל 461)

היו מי שסידרו את המשולש בדרך כזו, וכך מצאו כי 462 = לכל המלבן העליון. (בפועל 461)

#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66		
3	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220			
4	1	5	15	35	70	126	210	330	495				
5	1	6	21	56	126	252	462	792					
6	1	7	28	84	210	462	924						
7	1	8	36	120	330	792							
8	1	9	45	165	495								

כן 462 = לכל העמודה-4 כולל 210. (בפועל 461)

ביאור לוח זה!

#	0	1	2	3	4	5	6	$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ $1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35$ $1 + 4 + 10 + 20 + 35 = 70$ $1 + 5 + 15 + 35 + 70 = 126$ $1 + 6 + 21 + 56 + 126 = 210$ $5 + 15 + 35 + 70 + 126 + 210 = 461$ היות כי התחלנו עמודה-4 מ 5 ולא מ 1.
0	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	2	3	4	5	6	7	
2	1	3	6	10	15	21	28	
3	1	4	10	20	35	56	84	
4	1	5	15	35	70	126	210	
5	1	6	21	56	126	252	462	
6	1	7	28	84	210	462	924	
7	1	8	36	120	330	792		
8	1	9	45	165	495	(בפועל 461)		כן $462 =$ לכל העמודה-4 כולל 210.

1	1	אנו מבחינים כי
4	5	$5 = 4 + 1$
10	15	$15 = 10 + 4 + 1$
20	35	$35 = 20 + 10 + 4 + 1$
35	70	$70 = 35 + 20 + 10 + 4 + 1$
56	126	$126 = 56 + 35 + 20 + 10 + 4 + 1$
84	210	$210 = 84 + 56 + 35 + 20 + 10 + 4 + 1$
120	330	
165	495	

								1											
								1	1										
								1	2	1									
								1	3	3	1								
								1	4	6	4	1							
								1	5	10	10	5	1						
								1	6	15	20	15	6	1					
								1	7	21	35	35	21	7	1				
								1	8	28	56	70	56	28	8	1			
								1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
								1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	

אבל בצורה שבראש דף זה, כך הוא החיבור של $21 + 35$
 כאן החיבור באלכסון = פינה

15	21
35	56

$$56 = 21 + 35$$

הסבר לצורה הנ"ל.

#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	בצורה זו, סך עמודה נמצא בצידה. למשל, עמודה-7 $120 + 36 + 8 + 1$ $165 =$
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
2	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66			
3	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220				
4	1	5	15	35	70	126	210	330	495	כל משבצת תוך הלוח מייצגת את כל השורה שעליה. 126 = שורה העליונה ממנה שורת המשבצות מ 1 ועד 70				
5	1	6	21	56	126	252	462	792						
6	1	7	28	84	210	462	924							

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לשלם לזכות לידע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת שביי?
אפשר ככלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ופרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgaim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.