

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גוונים.
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.

אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה

חלק א'

פתיחת הצניין,

ומאנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.

כי חלק א'

צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1							
				1	1							
			1	2	1							
		1	3	3	1							
	1	4	6	4	1							
	1	5	10	10	5	1						
1	6	15	20	15	6	1						

$$4 + 6 = 10$$

המשולש של פסקל.

חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

					1						
				1		1					
			1				1				
		1						1			
	1								1		
1										1	

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)
ולכתוב הסך למטה באמצע.

					1						
				1		1					
				↘		↙					
			1		2		1				
			↘		↙		↘		↙		
		1		3		3		1			
		↘		↙		↘		↙			
	1		4		6		4		1		
	↘		↙		↘		↙		↘		
1		5		10		10		5		1	

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1		1					
			1		2		1				
		1		3		3		1			
	1		4		6		4		1		
1		5		10		10		5		1	
1	6		15		20		15		6		1

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
			1		4		6		4		1	
		1		5		10		10		5		1
	1		6		15		20		15		6	
	1		6		15		20		15		6	

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4,
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין) $10 = 6 + 4$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

אנו ניעזר באותיות.

C לעמודה, **L** לשורה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

הסימטריות

								1								
							1		1							
						1		2		1						
					1		3		3		1					
				1		4		6		4		1				
			1		5		10		10		5		1			
		1		6		15		20		15		6		1		
	1		7		21		35		35		21		7		1	
1		8		28		56		70		56		28		8		1

אנו גם יכולים להבחין, המספרים באדום!
מוצאים הסימטריות שבלוח הקודם.

פרשנות שנית שראינו בכיתה.
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^1 = 1a^1 + 1b^1$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

וכעת ניתן לנו להבחין! אמת יש בזה מה שיש בזה!

1	1					$1a^1 + 1b^1$
1	2	1				$1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$
1	3	3	1			$1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$
1	4	6	4	1		$1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$
1	5	10	10	5	1	$1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$

לאמתו של דבר, אין מן הנכון לכתוב "1" בצמוד לאותיות (כי מובן מאליה), אלא נכתב כאן רק לעורר תשומת הלב!

והנה המשולש של פסקל, במלא הדרו.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	הסך
$(a + b)^1 \rightarrow$	1	1									2
$(a + b)^2 \rightarrow$	1	2	1								4
$(a + b)^3 \rightarrow$	1	3	3	1							8
$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1						16
$(a + b)^5 \rightarrow$	1	5	10	10	5	1					32
$(a + b)^6 \rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1				64
$(a + b)^7 \rightarrow$	1	7	21	35	35	21	7	1			128
$(a + b)^8 \rightarrow$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		256
$(a + b)^9 \rightarrow$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	512

ניקח לדוגמה, השורה מס' 4.

$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1
-------------------------	---	---	---	---	---

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

המשולש של פסקל.

החלק שלרשותנו, היום.

איך לוח הכפל טמון בתוך הלוח שלנו?

הקדמה.

כל מספר אי-זוגי

כולל חצי גדול וחצי קטן,

והם בפועל, שני מספרים עוקבים.

למשל, $4 + 5 = 9$

4 ו 5 הם מספרים עוקבים.

וסך $4 + 5$ ייתן מספר אי-זוגי

שבו 5 הוא החצי הגדול, ו 4 הוא החצי הקטן.

C_0	C_1	C_2	C_3	9 שלידו 36 ממה מורכב 36? $36 = 9 \times 4$ כפול חציו הקטן 4. מהתא 9, אנו נדלג 4 תאים ↑ ונגיע ל 4 המכפיל ל 9 $36 = 9 \times 4$ כי $9 \times 4 = 36$ הערה! איך מגיעים לשני המספרים עוקבים, שהם שני חצאי האי-זוגי? לדלג על חצי קטן – 1 $3 = 1 - 4$ כלומר מ 9 מדלגים 3 תאים ופוגשים (5 ו 4) שני חצאי 9 וכן ל 7, וכן לכל מספר אי זוגי, חצי קטן – 1 מגיע אותנו לשני החצאים של האי-זוגי.
1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	
1	5	10	10	
1	6	15	20	
1	7	21	35	
1	8	28	56	
1	9	36	84	
1	10	45	120	
1	11	55	165	
1	12	66	220	

אבל $36 = 9 \times 4$... ואיך מגיעים ל 4 בהיותנו ב 9?

מדלגים 4 תאים ומגיעים לתא שיש בו 4.

כל זה בעמודה-1

איך לוח הכפל טמון בתוך הלוח שלנו?

מה שראינו, אינו אלא בנוגע לאי זוגי?

והנה עוד תרגיל.

1	4	6	4	ל 11 שני חצאים $6 + 5 = 11$ מהתא 11 אנו נדלג 5 תאים ונגיע ל 5 המכפיל ל 11 $55 = 11 \times 5$
1	5	10	10	
1	6	15	20	
1	7	21	35	
1	8	28	56	
1	9	36	84	
1	10	45	120	
1	11	55	165	

ומה עם הזוגי?

זה לא פשוט!

C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	
1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	
1 ↑	5	10	10	
↓ 1 ↑	6	15	20	
↓ 1 ↑	7	21	35	
↓ 1 ↑	8	28	56	
↓ 1 ↑	9	36	84	
1	10	45	120	
1	11	55	165	

המכפיל, מעל הזוגי.
 ליד 10, יש 45
 $9 = 45$ כפול 5 (חצי 10)
 המכפיל 9 נמצא מעל 10
 עולים "חצי",
 ויורדים "חצי – 1"
 עולים 5 תאים ומגיעים ל 5
 המכפיל הראשון.
 ממנו יורדים 4 תאים ומגיעים ל 9.
 המכפיל השני.
 אם כן, $45 = 9 * 5$
 הערה
 מ 10 עולים 5 תאים, ...
 ולא מ 10 מדלגים 5 תאים.

והנה עוד תרגיל.

C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	
1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	
1	5	10	10	
1 ↑	6	15	20	
↓ 1 ↑	7	21	35	
↓ 1 ↑	8	28	56	
↓ 1 ↑	9	36	84	
↓ 1 ↑	10	45	120	
↓ 1 ↑	11	55	165	
1	12	66	220	

המכפיל, מעל הזוגי.
 ליד 12, יש 66
 $11 = 66$ כפול 6 (חצי 12)
 המכפיל 11 נמצא מעל 12
 עולים "חצי",
 ויורדים "חצי – 1"
 עולים 6 תאים ומגיעים ל 6
 ממנו יורדים 5 תאים ומגיעים ל 11.
 הערה
 מ 12 עולים 6 תאים, ...
 ולא מ 12 מדלגים 6 תאים.

והנה עוד תרגיל.

C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	
1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1 ↑	4	6	4	
↓ 1 ↑	5	10	10	
↓ 1 ↑	6	15	20	
↓ 1 ↑	7	21	35	
1	8	28	56	
1	9	36	84	

המכפיל, מעל הזוגי.
 ליד 8, יש 28
 $7 = 28$ כפול 4 (חצי 8)
 המכפיל 7 נמצא מעל 8
 עולים "חצי",
 ויורדים "חצי – 1"
 עולים 4 תאים ומגיעים ל 4
 ממנו יורדים 3 תאים ומגיעים ל 7.
 הערה
 מ 8 עולים 4 תאים, ...
 ולא מ 8 מדלגים 4 תאים.

עוד הסבר, בשיטה שונה.

הסבר המתאים לאי-זוגי שבעמודה-1.

C ₀	C ₁	C ₂		
1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	$1 * 3 = 3$	הרכבת 3? מורכב מכפל התא 3 עצמו, בחצי 2 שעליו, ובדילוג תא אחד.
1	4	6		
1	5	10	$2 * 5 = 10$	הרכבת 10? מורכב מכפל התא 5 עצמו, בחצי 4 שעליו, ובדילוג 2 תאים (עד 2).
1	6	15		
1	7	21	$3 * 7 = 21$	הרכבת 21? מורכב מכפל התא 7 עצמו, בחצי 6 שעליו, ובדילוג 3 תאים(עד 3).
1	8	28		
1	9	36	$4 * 9 = 36$	הרכבת 36? מורכב מכפל התא 9 עצמו, בחצי 8 שעליו, ובדילוג 4 תאים(עד 4).
1	10	45		
1	11	55	$5 * 11 = 55$	הרכבת 55? מורכב מכפל התא 11 עצמו, בחצי 10 שעליו, ובדילוג 5 תאים(עד 5).
1	12	66		
1	13	78	$6 * 13 = 78$	הרכבת 78? מורכב מכפל התא 13 עצמו, בחצי 12 שעליו, ובדילוג 6 תאים(עד 6).
1	14	91		

הערה, אם רוצים, במקום לומר, מדלגים החצי הקטן, אפשר לומר עולים החצי הגדול.

הסבר המתאים לזוגי שבעמודה-1.

C ₀	C ₁	C ₂		
1				
1	1			
1	2	1	$1 * 1 = 1$	
1	3	3		
1	4	6	$2 * 3 = 6$	הרכבת 6? מורכב מכפל התא 3 מעל 4, כפול בחצי 4 במרחק 2 תאים.
1	5	10		
1	6	15	$3 * 5 = 15$	הרכבת 15? מורכב מכפל התא 5 מעל 6, כפול בחצי 6 במרחק 3 תאים.
1	7	21		
1	8	28	$4 * 7 = 28$	הרכבת 28? מורכב מכפל התא 7 מעל 8, כפול בחצי 8 במרחק 4 תאים.
1	9	36		
1	10	45	$5 * 9 = 45$	הרכבת 45? מורכב מכפל התא 9 מעל 10, כפול בחצי 10 במרחק 5 תאים.
1	11	55		
1	12	66	$6 * 11 = 66$	הרכבת 66? מורכב מכפל התא 11 מעל 12, כפול בחצי 12 במרחק 6 תאים.
1	13	78		
1	14	91	$7 * 13 = 91$	הרכבת 91? מורכב מכפל התא 13 מעל 14, כפול בחצי 14 במרחק 7 תאים.

הסבר

1 ↑	4	6		28 מורכב מ 7 כפול 4 אותו 7, נמצא מעל ה 8. ואותו 4 נמצא במרחק 4 (חצי 8)
1 ↑	5	10		
1 ↑	6	15		
1 ↑	7	21		
1	8	28	$4 * 7 = 28$	הרכבת 28? מורכב מכפל התא 7 מעל 8, בחצי 8 במרחק 4 תאים.

		0	1	2	3	4	5	6
	...	...	...	...	...	...	...	
	6	1	6	15	20	15	6	1
	7	1	7	21	35	35	21	7
	8	1	8	28	56	70	56	28
	9	1	9	36	84	126	126	84
	10	1	10	45	120	210	252	210
	11	1	11	55	165	330	462	462
11	12	1	12	66	220	495	792	924
10	13	1	13	78	286	715	1287	1716
9	14	1	14	91	364	1001	2002	3003
8	15	1	15	105	455	1365	3003	5005
7	16	1	16	120	560	1820	4368	8008
6	17	1	17	136	680	2380	6188	12376
5	18	1	18	153	816	3060	8568	18564
4	19	1	19	171	969	3876	11628	27132
3	20	1	20	190	1140	4845	15504	38760
2	21	1	21	210	1330	5985	20349	54264
1	22	1	22	231	1540	7315	26334	74613
↑	23	1	23	253	1771	8855	33649	100947

ליד 23 יש $23 \times \frac{1}{2} = 253$ (כמובן רק החצי הקטון)

$$11 \times 23 = 253$$

ואכן, בין 23 ועד 11 קיימות 11 משבצות.

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לשלם לזכות לידע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת בקיפוי?
אפשר ככלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ובפרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgaim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.