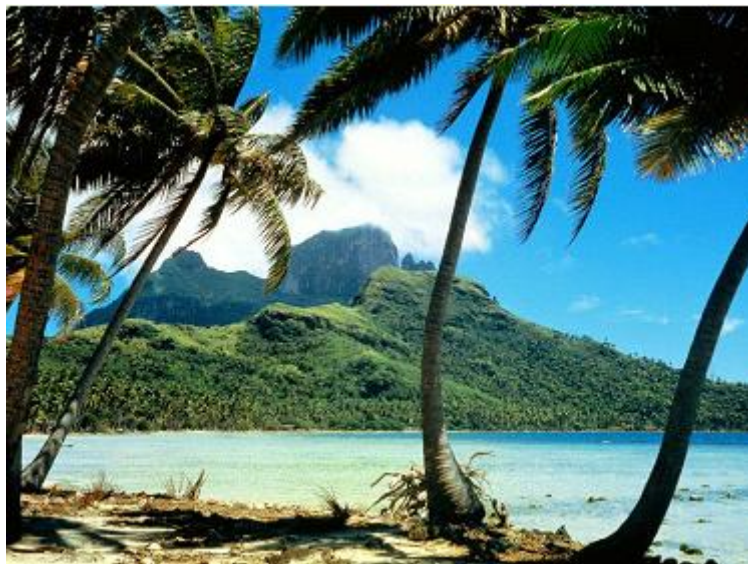


קוראים לו

יוסילה מתמטיקה.

ברוכים הבאים לעולם
"החשבון לא חשבון"

לפנינו ספור אודות נער שמצא עצמו על אי בודד. ובסופו של דבר
גילה כי בקצה האי ההיא קיימת איזה עיירה, אלא שאנשיה
קצת מוזרים.
ושם פגש במשפחה שאכסנה אותו להיות כאחד מהם.



אנו נהיה עדים לכל מה שעבר עליו בעיר ההיא.
ונראה מקרוב הפלאי-פלאים שבחשבון ללא חשבון
שנתגלו לו בחיותו ביניהם.



הקדמה אודות "החשבון ללא חשבון"

כשאומרים "חשבון ללא חשבון" אין הכוונה שאין כאן חשבון כלל, אלא המדובר אודות פעולת חשבון כה זעירה עד שילד קטן יכול לתת תשובה לפעולת חשבון כזו. ניקח למשל לוח הכפל של "99" ונראה ביחד כמה זמן ומאמצים אתה צריך להשקיע?

$$\text{למשל: } 4356 \div 99 = ?$$

בבקשה תיגש למהלכי ה"חשבון" שאתה מכיר ורגיל! ...
סיימת?

האתגר שבדף זה:

לחת לילד קטן לפתור לנו הפעולה " $4356 \div 99 = ?$ "

↩ תוך שניה אחת, בבקשה!

וכעת, בא ונפתור אותו תרגיל "בחשבון ללא חשבון"

אני מסתכל על המספר "4356"

כן מסתכל כך! "4356"

וכל מה שיש לעשות הוא להוסיף "ועוד אחד"

אני חושב, כי אפילו ילד קטן יכול לפתור לנו תרגיל מסובך זה.

$$4356 \div 99 = 44$$

פרק ח'

האתגרים שבפרק זה:

מוטב להיאזר בסבלנות עד שנגיע לביאורים.

הגווילים שגילו בחפירות!

.... פלא גדול! לארוחת הצהרים מופיע אבא עם אתגרי. וזה שונה מימים כסדרן שבהם נהוג כי אבא נשאר בעבודה ואתגרי לבדו בא לאכול וחוזר לעבודה עם האוכל לאבא.

אימא: סוף-סוף היום תאכל ארוחת צהרים עם כל המשפחה, ולא לבדך כמו בכל יום!

אבא: אם סבא בבית, הרגשת המשפחה בבית. וזה אני לא רוצה להחמיץ בשום מחיר.

אימא: אבל נראה עליכם שמחה אחרת ... זה לא בשביל שסבא בבית!

בלחשב: כן! נכון! תגיד אתגרי מה ... מה פשר ... הפנים השמחים האלו?

אבא: אתם צודקים, יש לנו על מה לשמוח! זכינו היום לגלות בחפירות עוד גווילים ... הרבה ממה ששיערנו.

אתגרי: אנו חשבנו אפשר נמצא ואפשר לא נמצא את ה תשע ברמה ב',

לאחר שכבר לפני שבוע מצאנו ה תשע ברמה א'.

אבא: ההפתעה היא! לא רק שמצאנו ה תשע ברמה ב'

אלא שמצאנו גם הגווילים של ה 11 ברמה א' וברמה ב'.

יוסילה: מה יש בו ה 11?

אתגרי: כמו 11 כפול 36 או 11 כפול 48 הכל שייך "לחשבון ללא חשבון" בהתחלת דרכו. והכל תרגילים!

יוסילה: אבא! האם בלחשב יידע לבאר לי דברים אלו.

אבא: אל תדאג יוסילה, כיום אין מי שאינו מכיר דברים פשוטים אלו!

יוסילה: דברים פשוטים אתה קורא להם?

בלחשב: אתה תראה, אחרי ההסברים שלי גם אתה תקרא להם דברים פשוטים.

יוסילה: כולי תקווה! רק אל תשכח מלהכשיר זמן לכך.

אימא: אתם רואים! ... מצאתם גווילים בשפע! בוודאי שביקורו של הסבא משפיע ההצלחה לכל המשפחה.

הסבא: כמו שאתם שמחים בי, גם אני שמח בכם! לא בכל יום אנו ביחד ...

ועוד, לא בכל יום יש לי תלמיד בשם יוסילה!

אבא: כן, סבא ... מה אתה מוצא ביוסילה?

סבא: הוא שקדן! אינו מבקש להעביר זמנו סתם כשהוא בתוך הלימודים! אצלו עת ההפסקה הפסקה ועת הלימודים אך ורק לימודים! ולפי דעתי מי שיש בו התכונה הזו, יש לאל ידו להבין לרוחם של הספרות והמספרים. כי גם הספרות והמספרים מסורים ב 100% למה שהם שייכים ואין בניהם דברים בטלים או סתם ספרות חסרי משמעויות.

אבא: אתה שומע יוסילה דברי סבא? עדות כזו, אני בעצמי לא זכיתי לשמוע ממנו כשהייתי בגיל שלך.

בלחשב: כן! שסבא יראה בך שוויון לעולם הספרות והמספרים, זו הבחנה מיוחדת!

אבא: אפשר לקרוא לזה "מחמאה". כמו שהרועה מחמי לאהבתו שהיא "כמו עיזה". כן סבא מחמי ליוסילה שהוא דייקן כספרות וכמספרים.

יוסילה: אתם ממש משכיחים לי כמה שאני רחוק ממשפחתי, וכמה שהם דואגים לי! מאז ביקורי לאי שלכם ועמדתי על פתח המערה. וראיתי הפלאי פלאות שבפנים המערה.... וכל הטבע המקסים המצוי במערה, שכחתי לגמרי אודות האונייה המחכה בנמל. אני חושב שזה מה שקורה לי כאן! הפלאי פלאות שמגלים לי אודות הספרות והמספרים משכיח ממני הדאגה שאמור הייתי לדאוג.

אימה : אתם תמשיכו לדבר רבות?
 אולי תכינו עצמכם לארוחת הצהרים! תיטלו ידיים ותיגשו לשולחן!
 אימא מגישה ארוחת צהרים. כולם אוכלים באווירה מעולה! שמחים בהיותם ביחד! שמחים
 בהצלחה היומית! שמחים שאתם נער אורח מהעולם הגדול! וגם שמחים באוכל הטעים שאימא
 מגישה.

ולאחר הארוחה פונים לסבא לקבל ממנו הסברים!
 אבא : אתה זוכר סבא אודות הטבלה של פסקל ... כאשר אתה אמרת לאתגרי שאפשר כי
 העמודה 1 יכולה לקבל בחזקת 3, והעמודה 2 יכולה לקבל בחזקת 2?

	0	1	2	3
0	1			
1	1	1^3		
2	1	2^3	1^2	
3	1	3^3	3^2	1
4	1	4^3	6^2	4
5	1	5^3	10^2	10
6	1	6^3	15^2	20
7	1	7^3	21^2	35
8	1	8^3	28^2	56
9	1	9^3	36^2	84
10	1	10^3	45^2	120
11	1	11^3	55^2	165
12	1	12^3	66^2	220

$$\text{למשל: } 36^2 = 1296 = 784 + 512 \Leftrightarrow 36^2 = 28^2 + 8^3$$

ממש בדיוק כמו שעושים ל $36 = 28 + 8$

וזה מביא אותנו להגיע למסקנה ש ...

$$36^2 - 28^2 = 8^3 \Leftrightarrow 36^2 = 28^2 + 8^3$$

הבדלי ריבועים = מספר בחזקת 3.

$$\text{וכך נראה בפשוט: } 36 = 28 + 8 \Leftrightarrow 36 - 28 = 8$$

סבא : כן! אני זוכר טוב מאוד! ובכן, מה השאלה?

אתגרי : אתה לא שאלת אותי שאלה... במילים כאלו פחות או יותר :

$$\text{לאחר שהגענו ל } 36^2 - 28^2 = 8^3$$

ביקשתני להגדיר, איזו הם שני הבדלי-ריבועים הנותנים מספר בחזקת 3.

סבא : כן ... אך המדובר במספרים שלמים! ובכן מה היא ההגדרה?

אתגרי : חפשנו ולא מצאנו איזה ריבועים אחרים חוץ מאותם הנמצאים בעמודה 2.

סבא : ומה הבעיה?

אתגרי : ההגדרה אם כן, תסתכל בטבלה בעמודה 2!

סבא : זו לא הגדרה (זו הפניה). הדבר פשוט ממה שאתה חושב.

תסתכל הלאה בטבלה ותקבל הסבר חדש ממני.

האם אתה יודע כי 55 שבטבלה שלנו נכתב כך: (11 כפול 5)

האם אתה יודע כי 66 שבטבלה שלנו נכתב כך: (11 כפול 6)

האם אתה יודע כי: (11 כפול 6) פחות (11 כפול 5) = 11

יוסילה: זה מאוד פשוט כי תמיד (11 כפול $N+1$ כלומר כל מספר שתרצה ועוד 1) פחות (11 כפול N) = 11

כמה שזה פשוט שאפילו ילד הנשאל: 69 פעמים 21, אם מורידים מהם 68 פעמים 21 כמה

פעמים 21 נשארים לנו? הילד יענה לנו שנשאר רק פעם אחת 21!

סבא: אתה צודק! ולכן בכדי שלא להגיע לטעות הזו, יש להסתכל בעמודה 2 ולהגדיר הגדרותינו

אך ורק לתנאים הדומים לאלו:

(11 כפול 6) פחות (11 כפול 5) = 11

שהם: 66 פחות 55 השייכים לטבלה ולא מכל מקום. כי רק אותם... ואתם יש לעבוד.

יוסילה: אתה רוצה שלא נביא דוגמאות מחוץ לטבלה?

	0	1	2	3
6	1	6	15	20
7	1	7	21	35
8	1	8	28	56

למשל: ה 28 הזה הנו תוצאה של הכפל של: 7 כפול $\frac{1}{2}$ של 8

כמו שלמדנו פעם, המספר האחרון כפול המספר שאחריו, אלא קודם מחלקים הזוגי שבשניהם לשניים.

בלחשב: כן! כמו מ 1 ועד 7 אנו מסתכלים על 7 ו 8 ועושים 7 כפול 4 = 28

סבא: בוודאי! אלא אני רואה שעדיין לא תפסתם כוונתי! ואכן זה שאמרת יוסילה כי זה פשוט:

69 פעמים 21, אם מורידים מהם 68 פעמים 21 כמה פעמים 21 נשארים לנו?

הילד יענה לנו שנשאר 21 פעם אחת!

בוודאי כי זו טעות ביחס לטבלה שלנו אין ה 68 ולא 69 חצי קטון או חצי גדול ל 21 וכלל אין

להם שום שייכות ל 21.

אך ... כשאני אומר (11 כפול 6) פחות (11 כפול 5) = 11 ויודע אני כבר כי $5 + 6 = 11$

יוסילה: הא! עכשיו אני מבין למה התכוונת כשאמרת "בכדי שלא להגיע לטעות הזו" כי יש

להתייחס ... ל 66 או ל 55 אך ורק כשני חצאי ה 11, הכפולים ב 11. החצי 6 כפול 11, והחצי 5

כפול 11. וביודענו להגדיר כל שתי משבצות הצמודות זו לזו (כמו 55 ו 66) בעמודה 2, אנו נוכל

לעשות מהם הבדלי ריבועים המספקים לנו "מספר בחזקת שלוש".

אתגרי: סבא! בסופו של דבר ... אתה מסכים אתנו שאך ורק העמודה 2, ... היא המחזיקה את

הבדלי הריבוע הנותנים המספר שבחזקת שלוש?

סבא: אני רציתי לשמוע ממך הגדרה בדומה לכך: מספר אי-זוגי הנכפל בחציו הגדול (11 כפול 6),

כשמחסרים ממנו אותו מספר אי-זוגי הנכפל בחציו הקטון (11 כפול 5), ההבדל שיישאר לנו, הוא

אותו מספר אי-זוגי, פעם אחת = 11. (זוהי ההגדרה לכל משבצת למספר אי-זוגי בעמודה-א יחסית לעמודה ב)

למשל: מספר אי-זוגי $16 + 15 = 31$

אם עושים (31 כפול 16) פחות (31 כפול 15) אנו נקבל 31, פעם אחת.

וכאן אנו רשאים להוסיף הפרט החשוב... כי לפי תנאים אלו, אנו נוכל להגיע להבדלי ריבועים

השייכים לכל מספר אי-זוגי יהיה אשר יהיה.

כלומר אם עושים $(31 \text{ כפול } 16)^2$ פחות $(31 \text{ כפול } 15)^2$ אנו נקבל 31^3

יוסילה: זו באמת הגדרה ... כפולה.

הגדרה א': המספר האי-זוגי כפול חציו הגדול. פחות. המספר האי-זוגי כפול חציו הקטון.

נותן אותו מספר אי-זוגי.

הגדרה ב': המספר האי-זוגי כפול חציו הגדול, תוצאה **בריבוע**. פחות. המספר האי-זוגי כפול

חציו הקטון, תוצאה **בריבוע**.

ההבדל נותן אותו מספר אי-זוגי בחזקת 3.

בלחשב: עצם העניין שסבא מפריד בין מספרים שהם אי-זוגיים למספרים שהם זוגיים, זה מעיד כבר כי רוח החשבון ללא חשבון מצויה. יחס בלעדי למספר אי-זוגי! ויחס בלעדי למספר זוגי! אתגרי: אכן אנו נוכל לבחור איזה מספר אי-זוגי. למשל 97 המורכב מ $48 + 49 \dots$ יהיה לנו לומר: (97 כפול 49) **בריבוע**, פחות, (97 כפול 48) **בריבוע** $97 =$ **בחזקת 3**. סבא: בשביל האי-זוגי, זו רק חצי עבודה. יש לראות איך לחשב המספר הזוגי? אכן יוסילה איך הייתה מגלה השייכות בין המספר הזוגי 8 למספר 28 ולמספר 36?

	0	1	2	3
0	1			
...				
5	1	5^3	10^2	10
6	1	6^3	15^2	20
7	1	7^3	21^2	35
8	1	8^3	28^2	56
9	1	9^3	36^2	84
10	1	10^3	45^2	120
11	1	11^3	55^2	165
12	1	12^3	66^2	220

רמיזה: ל 8 אין חצי גדול וחצי קטן! סבא: אבל אנו חייבים לפעול עם החצי של ה 8. ואכן מסתכלים למעלה ולמטה. לפני ה 8 יש 7 ולאחר ה 8 יש 9
 $4 \text{ כפול } 9 = 36$ להפחית מהם 4 כפול 7 $= 28$ ואז מקבלים 8.
 אתגרי: כן הבנתי! הבנתי! אזי 4 כפול 9 $= 36 \Leftarrow 36^2$ להפחית מהם 4 כפול 7 $= 28 \Leftarrow 28^2$ ואז מקבלים $8 \Leftarrow 8^3$

יוסילה: וההגדרה תהיה הגדרה ... כפולה.
 הגדרה א': לכל מספר זוגי: חצי הזוגי הכופל מספר האי-זוגי שאחריו (4 כפול 9) פחות חצי הזוגי הכופל מספר האי-זוגי שלפניו (4 כפול 7) נותן לנו אותו המספר הזוגי ($= 8$).
 הגדרה ב': לכל מספר זוגי: חצי הזוגי הכופל מספר האי-זוגי שאחריו (4 כפול 9) **בריבוע**. פחות חצי הזוגי הכופל מספר האי-זוגי שלפניו (4 כפול 7) **בריבוע**. נותן לנו המספר הזוגי ($= 8$) בחזקת 3.

אבא: אני ממש נהנה לראות את ערנותם. הם מגמגמים קצת אבל מצליחים הרבה! סבא: נכון כמו שאמרתם שהכול מצוי בטבלה. אך בדיוק! צריך לדעת להגדיר מה שנראה לנו בטבלה. הן אם היא סתם טבלה פשוטה, והן אם היא טבלה של הבדלי ריבוע! יוסילה: בעזרתך סבא ענינו על השאלה ומצאנו ההגדרה בבקיאיות יתירה.
 סבא: ואתה יוסילה איך אתה רואה את זה בעיני העולם הגדול?
 רמיזה: הוא כבר אמר שכולנו משוגעים בעיני העולם הגדול, ...
 בלחשב: רגע! הוא לא דבר על זה. הוא דבר על למשל: $36^2 = 28^2 + 8^3$
 שהעולם הגדול יאמרו למי שיבקש לחבר נפח לשטח, כי המבקש כזה דבר הוא משוגע.
 סבא: מסכים אני עם יוסילה! ולאמתו של דבר ה "לא נורמלי" שבדבר. כי בכוחם של שני ריבועים, להוליד "בחזקת שלוש".

אבא : אתה זוכר סבא גם אודות הצירופים של A, B, C שנראים כך
(משמאל לימין)

A B C	AB AC BC	ABC
3	3	1
תיבה א' מ ג' אותיות ג' תיבות מ ב' אות' ג' תיבות מאות א'		

ובתוך הטבלה נראים כך

#	0	1	2	3	4	סך
0	C					1
1	B	BC				2
2	A	AB, AC	ABC			4
	↘	↘	↘			
3		3	3	1		7

השבוע שעבר ישבנו ודגנו בדבר. הסברתי להם כל מה שקבלתי ממך.

סבא : אתה מדבר על השלמים או על השברים?

אבא : מה זאת אומרת? איני מבין השאלה שלך?

סבא : אני רוצה לדעת על איזה צירופים אתה מתכוון?

על A, B, C ? שצירופם נותן כמות של מילים?

או על $1/A$, $1/B$, $1/C$? שצירופם נותן כמות של שברים?

כי גם השברים (המספרים שבמכנה) מתייחסים אליהם ב A, B, C כאילו הם מספרים.

אבא : אולי תספר לנו על השברים הללו! זו פעם ראשונה שאני שומע אודותם!

סבא : אתן לכם המשל הפשוט ביותר! נניח שיש לנו הנתונים האלו :

$$A = 3, B = 7, C = 11$$

אם המדובר על מספרים שגורתיים, יש לראות הדבר כך!

#	0	1	2	3	4	סך
0	11					1
1	7	7×11				2
2	3	$3 \times 7, 3 \times 11$	$3 \times 7 \times 11$			4
	↘	↘	↘			
3		3	3	1		7

$A = 3, B = 7, C = 11$ ⇐ נותנים לנו 7 סוגי שברים.

#	0	1	2	3	4	סך
0	11					1
1	7	77				2
2	3	21, 33	231			4
	↘	↘	↘			
3		3	3	1		7

אתגרי : אז אם זה שברים, האם זה עשוי להיות שונה?

סבא : תשאל את רמיזה והוא יגיד לך! תגיד לו רמיזה בשביל ה 3 כמה שברים אפשריים?
 רמיזה : ה 3 צריך רק 2 שברים.
 סבא : ובשביל ה 7 כמה שברים אפשריים?
 רמיזה : ה 7 צריך רק 6 שברים.
 סבא : ובשביל ה 11 כמה שברים אפשריים?
 רמיזה : ה 11 צריך רק 10 שברים.
 סבא : שמעת אתגרי... אותך אני שואל בשבר הזה $1/231$ כמה שברים אפשריים?
 ותיקח בחשבון כי 231 מורכב מ 3 כפול 7 כפול 11 ולאמתו של דבר זה אמור להיות כך : $1/(11 \times 7 \times 3)$
 ואם תרצה $1/3$ כפול $1/7$ כפול $1/11 = 1/231$
 אתגרי : כן סבא ...
 סבא : ... אני עוד לא שאלתי את השאלה שלי! והנה השאלה :
 כמה שברים השייכים ל 231 (המורכב מ $11 \times 7 \times 3$)
 כלומר אותם 230 שברים יש מהם $1/231$? יש מהם $1/77$? יש מהם $1/33$? יש מהם $1/21$? יש מהם $1/11$? יש מהם $1/7$? יש מהם $1/3$?
 כמה שברים השייכים ל 21 (המורכב מ 7×3)
 כמה שברים השייכים ל 33 (המורכב מ 11×3)
 כמה שברים השייכים ל 77 (המורכב מ 11×7)
 כמה שברים השייכים ל 3 וכמה שברים השייכים ל 7 וכמה שברים השייכים ל 11?
 אתגרי : אמנם אף פעם לא חשבתי על דבר זה. אבל אפשר לענות כמו שאמר רמיזה.
 "פחות אחד" לכל אחד ואחד מהם.
 סבא : טעות! ... כי הגס כי ל 231 יש 230 שברים אין באמת כולם שייכים לו.
 קח למשל $1/3 = 77/231$ נמצא שאין השבר הזה שייך אלא ל 3 ולא ל 231.
 אכן כמה שברים שייכים ל 231 לבדו? וכמה ל 3 לבדו? וכמה ל 21 לבדו וכי'
 אתגרי : אני חושב שהבנתי השאלה. סבא! זה לא כל כך פשוט. צריך לכתוב 230 שברים, ולצמצם לאותם השברים שנתן לצמצם.
 ואחר כך לספור כמה $1/3$? יש, וכמה $1/7$? יש, וכמה $1/11$? יש, וכמה $1/21$? יש,
 וכמה $1/33$? יש, וכמה $1/77$? יש, וכמה $1/231$? יש!
 סבא : לא צריך לספור שום דבר!
 תסתכל בטבלה הזו, בחצי הימיני ובפרט בעמודה מימין תמצא את המבוקש :

(משמאל לימין)

A	3	3	a	2	2
B	7	7	b	6	6
C	11	11	c	10	10
AB	3×7	21	$a \times b$	2×6	12
AC	3×11	33	$a \times c$	2×10	20
BC	7×11	77	$b \times c$	6×10	60
ABC	$3 \times 7 \times 11$	231	$a \times b \times c$	$2 \times 6 \times 10$	120
			⇒ סך הכל שברים.		230

האם אתה רואה איך ה 21 יש לו רק 12 שברים משלו?

$21 = 3 \times 7$ נותן $\Leftarrow$ שברים של זה כפול שברים של זה

$\Leftarrow 2$ שברים מ 3 כפול 6 שברים מ 7 $= 12$

האם אתה רואה איך שבסופו של דבר מגיעים ל 230 שברים כמצופה (231 פחות 1) ?

ואולי נוח לך להסתכל בטבלה הזו

(טבלת השברים)

#	0	1	2	3	4	סך
0	10					1
1	6	6×10				2
2	2	$2 \times 6, 2 \times 10$	$2 \times 6 \times 10$			4
	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$			
3		3	3	1		7

$A = 3, B = 7, C = 11$ נותנים לנו 7 סוגי שברים.

הטבלה העליונה מבטא מה שיש בתחתונה, שכבר ראינו (בצד ימין)

a	2	2
b	6	6
c	10	10
$a \times b$	2×6	12
$a \times c$	2×10	20
$b \times c$	6×10	60
$a \times b \times c$	$2 \times 6 \times 10$	120

במילים אחרות :

#		0	1	2	3	4	סך	#		0	1	2	3	4	סך
0	C	11						0	c	10					10
1	B	7	77					1	b	6	60				66
2	A	3	21, 33	231				2	a	2	12, 20	120			154
		$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$						$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$			230
3			3	3	1	$\Rightarrow$	7	3		3		3	1	$\Rightarrow$	7

יוסילה : כלומר בעמודה 0 : יש לנו 2 שברים למכנה = 3 ויש לנו 6 שברים למכנה = 7 ,

ויש לנו 10 שברים למכנה = 11

בעמודה 1 : יש לנו 12 שברים למכנה = 3 כפול 7 ויש לנו 20 שברים למכנה = 3 כפול 11 ,

ויש לנו 60 שברים למכנה = 7 כפול 11

בעמודה 2 : יש לנו 120 שברים למכנה = 3 כפול 7 כפול 11

סבא : הלוח הבא ידע לדבר יותר טוב ממך, תבחין ותדייק בפרטים.

#		0				1				2				
0	c	11	⇒	10	10									
1	b	7	⇒	6	6	7 x 11	⇒	6 x 10	60					
2	a	3	⇒	2	2	3 x 7 3 x 11	⇒	2 x 6 2 x 10	12 , 20	3x7x11	⇒	2x6x10	120	
		↘				↘				↘				
3						3				3				1

A	3	3	a	2	2	(2)/3
B	7	7	b	6	6	(6)/7
C	11	11	c	10	10	(10)/11
AB	3 x 7	21	a x b	2 x 6	12	(12)/21
AC	3 x 11	33	a x c	2 x 10	20	(20)/33
BC	7 x 11	77	b x c	6 x 10	60	(60)/77
ABC	3 x 7 x 11	231	a x b x c	2 x 6 x 10	120	(120)/231
			⇒ סך הכל שברים.		230	(230)/231

אבא : ושוב אתה סבא מגלה שימוש חדש בטבלה של ה פסקל הזה!

סבא : אם עולה בידי הדבר, אז למה לא?

אבא : רגע! עוד תרגיל! אני בעצמי אעשה את התרגיל הבא לוודא לעצמי כמה מוצלחת שיטה זו?

$$3 \times 5 \times 7 \times 11 = 1155 \quad A = 3, B = 5, C = 7, D = 11$$

בלחשב: אבא בעצמו עושה התרגיל...

אבא : הנה תסתכלו!

A	3	3	a	2	2
B	5	5	b	4	4
C	7	7	c	6	6
D	11	11	d	10	10
AB	3 x 5	15	ab	2 x 4	8
AC	3 x 7	21	ac	2 x 6	12
AD	3 x 11	33	ad	2 x 10	20
BC	5 x 7	35	bc	4 x 6	24
BD	5 x 11	55	bd	4 x 10	40
CD	7 x 11	77	cd	6 x 10	60
ABC	3 x 5 x 7	105	abc	2 x 4 x 6	48
ABD	3 x 5 x 11	165	abd	2 x 4 x 10	80
ACD	3 x 7 x 11	231	acd	2 x 6 x 10	120
BCD	5 x 7 x 11	385	bcd	4 x 6 x 10	240
ABCD	3 x 5 x 7 x 11	1155	abcd	2 x 4 x 6 x 10	480
			⇒ סך הכל שברים.		1154

אבא : אני לא הולך יותר רחוק. אני בטוח שיש כאן שיטה מעולה!
ואם נסתכל על הטבלה ... למשל יהיה לנו 240 שברים ל 385,
וכן 120 שברים ל 231 וכו' ורק 480 ל 1155.
יוסילה : ועכשיו נלך לבטח! למספר שהוא מורכב מ 73 כפול 101 $7373 = 101 \times 73$
למספר כזה יהיו לו 7372 שברים.
מהם $73/7372$ ועוד $101/7372$ ועוד $100/7372$ (100×72)
בוא ונבדוק : $72 + 100 + 7200 = 7372$ שברים.
זה בסדר ב 100%.

אימא : תראו איך הזמן עובר מהר? אתם כבר צריכים להתכונן לארוחת הערב.
אבא : נכון, ביחד אתכם הזמן עובר מהר. אבל בעבודה ישנם ימים ש "אחר-הצהרים" שכזה
נראה לי כזמן שאינו רוצה להיגמר.
אתגרי : ובכן אנו נמשיך השיחה לאחר האוכל.
ואימא עורכת להם את השולחן, וכולם אוכלים. ואווירת ניצחון של השג, נראית עליהם.
הרי שזכו ללמוד מסבא, דברים חדשים!
לאחר שכולם גמרו לאכול, התיישבו סביב לסבא לשמוע ממנו עוד דברים חדשים.
סבא : היות ולי העונג לשבת בחברתו של יוסילה, אכן אני אבא לבקר אתכם עוד הפעם בקרוב
ממש!

יוסילה : ומה תלמד אותנו לכשתבוא הפעם הבאה?
אבא : בטח עוד שימוש חדש בטבלה של פסקל.
סבא : דווקא לא! אני אלמד אתכם אודות המספר הראשוני.
יוסילה : סבא! אתה באמת יכול לו? אף אחד אצלנו לא תהה על קנקנו!
סבא : אני באמת לא שונה מאחרים אך בכל זאת "אינה דומה" עריכת העניינים באספקלריה
שלנו ל...

תגיד לי יוסילה, איך הסתכלת בפעם הראשונה כשראית אותו פולחן, אותו תרגיל של אתגרי?
צירוף מספרים שבחזקת 3? אני מאמין שהרגשת את עצמך די רחוק! כן! מאוד רחוק! אך עכשיו
לאחר שספקו לך כמה הסברים ... הגם שאינך יכול לפתור את התרגיל "בלי חשבון" אבל בכל
זאת אינו דומה יוסילה של "לפני" ליוסילה ש "לאחרי" . כן איתי ... לאחר ההסברים שלי על
המספר הראשוני אתה תבחין שאינך כל כך רחוק מנקודת האמת.

יוסילה : ואני מצפה לידיעת הדברים לפי דרכיכם, כי אצלכם לכל יש טעם אחר!
סבא : כן! אני מבין טוב מה שאתה מתכוון.
כי אצלנו מחפשים הנושא בתוך ה"בטבע" שלו בעולם המספרים.
אתה בוודאי תתפלא כשתדע כי הטבע של המספרים מגלה לנו כי המספרים "2, 3, 5" אינם
מספרים ראשוניים. ואם תרצה ... אתה יכול לקרוא להם מספרים ראשוניים המשמשים אותנו
חד-פעמי.

קח למשל "5" רואים בברור שהוא ראשוני חד-פעמי. לא 15 ולא 25 ולא 35 וכו' ...
אבל ה "7" אינו ראשוני חד-פעמי! כי יש גם ה 17 והדומים לו שיש להם אחדות = 7.
ובוודאי כי אנו נצטרך לענות על השאלה איך בכל זאת זה מתפקד כראשוני אם אינו ראשוני ...
או יותר נכון להכיר מקרוב מקומו של ה "3" בחיק הטבע!
יוסילה : מאוד מעניין!

סבא : אל תשכח את העבודה שנתתי לך! מחר אני רוצה שאתה תפתח את השיעור!
יוסילה : אל תדאג סבא! אני אשב על זה לפני השינה. אני לא אאכזב אותך! זה יהיה בסדר!
אימא : פונה לסבא אתה עדיין רגיל לישון מוקדם ולהתעורר מוקדם?
סבא : אני לא השתנתי!

אימא : אם כן תכנס לחדר האורחים מעכשיו ... הכל מסודר שם. לילה טוב סבא!
סבא : אם כן לילה טוב לכולכם.

והגם שהמשפחה יושבה לשוחח לאחר שסבא עבר לישון, הפעם יוסילה לא השתתף אתם. הוא עבר לפינה משלו לעיין בחומר שקבל מסבא.

<http://math-etgarim.com/>
