

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גווניו.
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.
 אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה
 חלק א'
 פתיחת הצניין,
 ומאנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.
 כי חלק א'
 צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1	1						
			1	2	1						
		1	3	3	1						
	1	4	6	4	1						
1	6	15	20	15	6	1					

$$4 + 6 = 10$$

המשולש של פסקל.

חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

					1						
				1		1					
			1				1				
		1						1			
	1								1		
1										1	

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)
ולכתוב הסך למטה באמצע.

					1						
					1		1				
						↘	↙				
				1		2		1			
					↘	↙	↘	↙			
			1		3		3		1		
				↘	↙	↘	↙	↘	↙		
		1		4		6		4		1	
			↘	↙	↘	↙	↘	↙	↘	↙	
	1		5		10		10		5		1

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1		1					
			1		2		1				
		1		3		3		1			
	1		4		6		4		1		
1		5		10		10		5		1	
1	6		15		20		15		6		1

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
			1		4		6		4		1	
		1		5		10		10		5		1
	1		6		15		20		15		6	
	1		6		15		20		15		6	

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4 ,
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין) $10 = 6 + 4$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

אנו ניעזר באותיות.

C לעמודה, **L** לשורה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

הסימטריות

								1								
							1		1							
						1		2		1						
				1			3		3		1					
			1		4			6		4		1				
		1		5		10			10		5		1			
	1		6			15		20		15		6		1		
1		7			21		35		35		21		7		1	
1	8			28			56		70		56		28		8	1

אנו גם יכולים להבחין, המספרים באדום!
מוצאים הסימטריות שבלוח הקודם.

פרשנות שנית שראינו בכיתה.
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^1 = 1a^1 + 1b^1$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

וכעת ניתן לנו להבחין! אמת יש בזה מה שיש בזה!

1	1					$1a^1 + 1b^1$
1	2	1				$1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$
1	3	3	1			$1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$
1	4	6	4	1		$1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$
1	5	10	10	5	1	$1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$

לאמתו של דבר, אין מן הנכון לכתוב "1" בצמוד לאותיות (כי מובן מאליה), אלא נכתב כאן רק לעורר תשומת הלב!

והנה המשולש של פסקל, במלא הדרו.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	הסך
$(a + b)^1 \rightarrow$	1	1									2
$(a + b)^2 \rightarrow$	1	2	1								4
$(a + b)^3 \rightarrow$	1	3	3	1							8
$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1						16
$(a + b)^5 \rightarrow$	1	5	10	10	5	1					32
$(a + b)^6 \rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1				64
$(a + b)^7 \rightarrow$	1	7	21	35	35	21	7	1			128
$(a + b)^8 \rightarrow$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		256
$(a + b)^9 \rightarrow$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	512

ניקח לדוגמה, השורה מס' 4.

$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1
-------------------------	---	---	---	---	---

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

המשולש של פסקל.

החלק שלרשותנו, היום.

איך, סך המספרים האי זוגיים בונים הריבוע? בונים כל ריבוע!

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$4 = 1 + 3$		$16 = 4 + 5 + 7$		$36 = 16 + 9 + 11$		$64 = 36 + 13 + 15$		$100 = 64 + 17 + 19$		
2^2		4^2		6^2		8^2		10^2		
1	$9 = 1 + 3 + 5$		$25 = 9 + 7 + 9$		$49 = 25 + 11 + 13$		$81 = 49 + 15 + 17$		$121 = 81 + 19 + 21$	
1^2	3^2		5^2		7^2		9^2		11^2	

במילים אחרות

$$\begin{aligned}
 1^2 &= 1 \\
 2^2 &= 1 + 3 \\
 3^2 &= 1 + 3 + 5 \\
 4^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 \\
 5^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 \\
 6^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 \\
 7^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 \\
 8^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 \\
 9^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 \\
 10^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 \\
 11^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 \\
 12^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 \\
 13^2 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25
 \end{aligned}$$

אבל גם דרך הלוח שלנו, יהיה אפשר להגיע לכל ריבוע!

בלוח פסקל בעמודה-1

#	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}	C_{12}
L_2	1	2	1										
L_3	1	3	3	1									
L_4	1	4^2	6	4	1								
L_5	1	5	10	10	5	1							
L_6	1	6	15	20	15	6	1						
L_7	1	7	21	35	35	21	7	1					
L_8	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L_9	1	9^2	36	84	126	126	84	36	9	1			
L_{10}	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L_{11}	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	

$$4^2 = 6 + 10 = 16$$

$$9^2 = 36 + 45 = 81$$

אנו כבר יודעים כי עמודה-1 כוללת כל המספרים.
כלומר, כל מספר מעמודה-1 הריבוע שלו, הוא סך שני תאים בעמודה-2.

הסבר!

L ₈	1	8	28
L ₉	1	9 ²	36
L ₁₀	1	10	45

ממה מורכב 36 ? מ $8/2 * 9 = 4 * 9$

ממה מורכב 45 ? מ $10/2 * 9 = 5 * 9$

$$נמצא \quad 5 * 9 = 10/2 * 9 = 45 + 36 = (5 * 9) + (4 * 9) = 45 + 36$$

כלומר $9 * 9$!

הסבר!

L ₃	1	3	3
L ₄	1	4 ²	6
L ₅	1	5	10

ממה מורכב 6 ? מ $3 * 2 = 3 * 4/2$

ממה מורכב 10 ? מ $5 * 2 = 5 * 4/2$

$$נמצא \quad (5 + 3) 2 = (5 * 2) + (3 * 2) = 10 + 6$$

כלומר $4 * 4 = 8 * 2$!

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	...
$4 = 1 + 3$		$16 = 6 + 10$		$36 = 15 + 21$		$64 = 28 + 36$		$100 = 45 + 55$			
2^2		4^2		6^2		8^2		10^2			
$9 = 3 + 6$		$25 = 10 + 15$		$49 = 21 + 28$		$81 = 36 + 45$		$121 = 55 + 66$			
3^2		5^2		7^2		9^2		11^2			

הנה העמודה-2 בשכיבה. $4 = 3 + 1$ וכן כל שני תאים צמודים, נותנים לנו מספר בריבוע.

האם אנו יכולים להתקרב יותר? איך מוצאים כל מספר הנמצא בעמודה-2?

נשים לב כי בעמודה-2 יש לנו שני מספרים זוגיים ואחריהם שני מספרים בלתי זוגיים, ושוב שני מספרים זוגיים ואחריהם שני מספרים בלתי זוגיים, וכן הלאה...

לא כן בעמודה-1, כי כל המספרים הם אחד זוגי ואחד בלתי זוגי. כלומר, עמודה-2 מספקת לנו ריבוע למספר זוגי ולאחר מכן ריבוע למספר בלתי זוגי וכן הלאה... ריבוע לזוגי, וריבוע ללא זוגי. אם אני רוצה למצוא ריבוע 8 שבעמודה-1. (ללא הלווא) עלי לייצור שני מספרים, ולחבר אותם. איך?

1- הזוגי, כפול המספר שלמעלה ממנו, ולחלק לשניים.

2- הזוגי, כפול המספר שלמטה ממנו, ולחלק לשניים.

למשל: הריבוע של 8 : $28 = 2 \div (7 \times 8)$; $36 = 2 \div (9 \times 8)$; והנה $64 = 36 + 28$ שהוא 8^2 .

אם אני רוצה למצוא ריבוע 9 שבעמודה-1. (ללא הלווא) עלי לייצור שני מספרים, ולחבר אותם. איך?

1- האי-זוגי, כפול חצי המספר שלמעלה ממנו, ולחלק לשניים.

2- האי-זוגי, כפול חצי המספר שלמטה ממנו, ולחלק לשניים.

למשל: הריבוע של 9 : $36 = 2 \div (8 \times 9)$; $45 = 2 \div (10 \times 9)$; והנה $81 = 45 + 36$ שהוא 9^2 .

קצת שיפוצים! במקום לעבור כל התהליך ... ; יש עצה! למצוא חצי הזוגי, ואותו נכפול בעליון ובתחתון וכו'

למשל: בשביל למצוא הריבוע של 8. (ללא הלוח)

$$4 \text{ ואז } 28 = (7 \times 4); 36 = (9 \times 4); 64 = 36 + 28;$$

למשל: בשביל למצוא הריבוע של 9. (ללא הלוח)

$$9 \text{ שהוא } 8/2. \text{ אז } 36 = (9 \times 4)$$

$$45 = (9 \times 5); 81 = 45 + 36 \text{ ממש } 9^2.$$

יותר שיפוצים! כאשר המספר הוא אי-זוגי, כמו 9. אז מחלקים האי זוגי לשני חצאים (חצי גדול וחצי קטן).

$$9 = 4 + 5. \text{ כי הם עצמם } 10/2 \text{ ו } 8/2. \text{ ואז } 45 = (9 \times 5); 36 = (9 \times 4);$$

להזכיר, כי כל מספר (תא) בעמודה-2 הוא סך העמודה-1. למשל,

$$36 \text{ הוא סך } 36 = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \dots$$

$$45 \text{ הוא סך } 45 = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \dots$$

$$81 = 45 + 36 \dots \text{ וזה חידוש! כי מה עניין סך עמודות לריבוע?}$$

ואם כן הם פני הדברים, אנו נוכל להסיק מסקנות ולהרחיק לכת, על חשבון תופעה זו.

$$81 = 36 + 45 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 9$$

המסקנה, אנו רשאים לחבר כמות מספרים זוגיים (עוקבים)

ולהוסיף להם חצי הזוגי הבא, ולקבל מכל זה מספר בריבוע.

$$\text{למשל, } 25 = 5 + 8 + 6 + 4 + 2 \text{ מספר בריבוע.}$$

$$\text{למשל, } 36 = 6 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 \text{ מספר בריבוע.}$$

$$\text{למשל, } 49 = 7 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 \text{ מספר בריבוע.}$$

$$\text{למשל, } 64 = 8 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 \text{ מספר בריבוע.}$$

$$\text{למשל, } 81 = 9 + 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 \text{ מספר בריבוע.}$$

האין זה חידוש?

ומה המסקנה שיש להסיק? יש להסיק כי גם ההפך אפשרי. כלומר ...

באופן הופכי, 81 מאיזה מספרים זוגיים הוא מורכב?

$$81 = 9^2 = 9 + 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

$$64 = 8^2 = 8 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

$$49 = 7^2 = 7 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

$$36 = 6^2 = 6 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

וכעת נשאלת השאלה?

$$55 = 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$$

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₀	1								
L ₁	1	1 ²							
L ₂	1	2 ²	1						
L ₃	1	3 ²	3	1					
L ₄	1	4 ²	6	4	1				
L ₅	1	5 ²	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1

$$35 + 20 = 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 \quad \text{סך}$$

הבה ונבחין צעד אחר צעד

משמאל לימין, בלוח זה.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²			
L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1	
L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5 ²	10	10	5
L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
כאן אנו רואים מ 1 ² עד 2 ² = 4 + 1						כאן אנו רואים מ 1 ² עד 3 ² = 10 + 4						כאן אנו רואים מ 1 ² עד 4 ² = 20 + 10						כאן אנו רואים מ 1 ² עד 5 ² = 35 + 20					

5 = 4 + 1 = 2 ² עד 1 ² מ 14 = 10 + 4 = 3 ² עד 1 ² מ 30 = 20 + 10 = 4 ² עד 1 ² מ 55 = 35 + 20 = 5 ² עד 1 ² מ 91 = 56 + 35 = 6 ² ועד 1 ² מ 140 = 84 + 56 = 7 ² ועד 1 ² מ							C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
						L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²			
						L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1		
						L ₃	1	3 ²	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1	
						L ₄	1	4 ²	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1
						L ₅	1	5 ²	10	10	5	L ₅	1	5 ²	10	10	5
						L ₆	1	6 ²	15	20	15	L ₆	1	6 ²	15	20	15
						L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7 ²	21	35	35
						L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
						L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
						כאן אנו רואים מ 1 ² ועד 6 ² = 56 + 35						כאן אנו רואים מ 1 ² ועד 7 ² = 84 + 56					

$$2^2 + 1^2 = 4 + 1$$

$$3^2 + 2^2 + 1^2 = 10 + 4$$

$$4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 20 + 10$$

$$5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 35 + 20$$

$$6^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 56 + 35$$

$$7^2 + 6^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 84 + 56$$

$$8^2 + 7^2 + 6^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 120 + 84$$

וכעת נגלה דבר חדש לגמרי, לגמרי!

לאחר שגילינו איך למצוא הריבוע דרך חיבור שני תאים

$$81 = 45 + 36 = 9^2$$

7	1	7	21	35	35	21
8	1	8	28	56	70	56
9	1	9 ²	36	84	126	126
10	1	10	45	120	210	252
11	1	11	55	165	330	462
12	1	12	66	220	495	792

אנו זוכרים המשולש של המספרים הראשוניים.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

$$21 + 28 = 1 * 49$$

$$35 + 210 = 5 * 49$$

$$70 + 126 = 4 * 49$$

$$7 + 924 = 19 * 49$$

$$28 + 462 = 10 * 49$$

$$84 + 210 = 6 * 49$$

בשיעורים הבאים אנו נכיר יותר פרטים.

אין זה אלא במספרים הראשוניים.

	0	1	2	3	4	5
7	1	7	21	35	35	21
8	1	8	28	56	70	56
9	1	9	36	84	126	126
10	1	10	45	120	210	252
11	1	11	55	165	330	462
12	1	12	66	220	495	792
13	1	13	78	286	715	1287

$$28 + 21 = \text{פעם אחת } 49$$

$$210 + 35 = 5 \text{ פעמים } 49$$

(הערה! זה רק עבור מספר ראשוני.

למרות כי בעמודה-2 אנו נמצא הריבוע לכל מספר שיהיה)

$$10^2 = 55 + 45 \text{ אנו מצליחים עם}$$

$$715 + 210 = \text{אינם נותנים לנו, מה שאנו מצפים לו. אך}$$

$$117 * 5^2 = 715 + 210 \text{ אומנם}$$

וכמו שראינו בעמודה-2, כי סך שני תאים = ריבוע,
 כן אותו דבר, בעמודה-3 ... על ידי חיסור!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13

אם בעמודה-2 עשינו חיבור $10 + 15$ למצוא 25
 בעמודה-3 עושים חיסור $35 - 10$ למצוא 25
 כמו-כן

אם בעמודה-2 עשינו חיבור $55 + 66$ למצוא 121
 בעמודה-3 עושים חיסור $256 - 165$ למצוא 121
 הריבוע מצוי בעמודה-2 בחיבור.
 ומצוי בעמודה-3 בחיסור.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃		C ₁
L ₁	1	1				1
L ₂	1	2	1			2
L ₃	1	3	3	1	$10 - 1 = 9$	3^2
L ₄	1	4	6	4	$20 - 4 = 16$	4^2
L ₅	1	5	10	10	$35 - 10 = 25$	5^2
L ₆	1	6	15	20	$56 - 20 = 36$	6^2
L ₇	1	7	21	35	$84 - 35 = 49$	7^2
L ₈	1	8	28	56	$120 - 56 = 64$	8^2
L ₉	1	9	36	84		9
L ₁₀	1	10	45	120		10

המספרים האלו הנמצאים בעמודה-3,

...120, 84, 56, 35, 20, 10, 4, 1

כל הבדל בין שני מספרים בסירוגים מאלו = ריבוע מסוים.
 למשל, ההבדל $120 - 56 = 64$, וזהו הריבוע של 8.

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לשלם לזכות לידיע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת בקיפוי?
אפשר ככלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ובפרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgaim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.