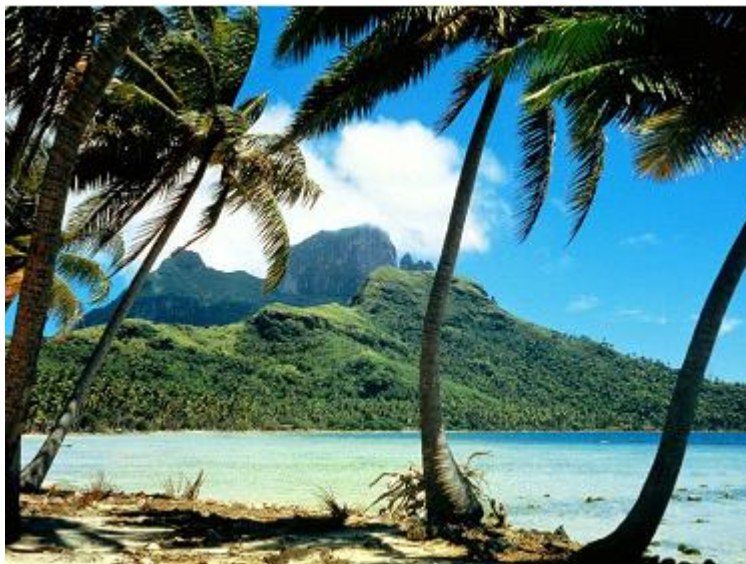


קוראים לו

יוסילה מתמטיקה.

ברוכים הבאים לעולם
"החשבון לא חשבון"

לפנינו ספור אודות נער שמצא עצמו על אי בודד. ובסופו של דבר
גילה כי בקצה האי ההיא קיימת איזה עיירה, אלא שאנשיה
קצת מוזרים.
ושם פגש במשפחה שאכסנה אותו להיות כאחד מהם.



אנו נהיה עדים לכל מה שעבר עליו בעיר ההיא.
ונראה מקרוב הפלאי-פלאים שבחשבון ללא חשבון
שנתגלו לו בחיותו ביניהם.



הקדמה אודות "החשבון ללא חשבון"

כשאומרים "חשבון ללא חשבון" אין הכוונה שאין כאן חשבון כלל, אלא המדובר אודות פעולת חשבון כה זעירה עד שילד קטן יכול לתת תשובה לפעולת חשבון כזו. ניקח למשל לוח הכפל של "99" ונראה ביחד כמה זמן ומאמצים אתה צריך להשקיע?

$$\text{למשל: } 4356 \div 99 = ?$$

בבקשה תיגש למהלכי ה"חשבון" שאתה מכיר ורגיל! ...
סיימת?

האתגר שבדף זה:

לחת לילד קטן לפתור לנו הפעולה " $4356 \div 99 = ?$ "

⬅ תוך שניה אחת, בבקשה!

וכעת, בא ונפתור אותו תרגיל "בחשבון ללא חשבון"

אני מסתכל על המספר "4356"

כן מסתכל כך! "4356"

וכל מה שיש לעשות הוא להוסיף "ועוד אחד"

אני חושב, כי אפילו ילד קטן יכול לפתור לנו תרגיל מסובך זה.

$$4356 \div 99 = 44$$

פרק ד'

היום מבקרים אצל הבת דודה ראשונית!

דו שיח בין בלחשב ויוסילה.

בלחשב: היום אני לוקח אותך לבקר אצל הבת דודה שלי, קוראים לה ראשונית, והיא מתעסקת במספרים הראשוניים.

יוסילה: מה! אצלכם כבר שולטים על המספרים הראשוניים? אצלנו נשאר הדבר בתעלומותיו עד היום. אם אצלכם שולטים על המספרים הראשוניים כמו ששולטים על לוח הכפל... זה ממש לא יאומן כי יסופר!

בלחשב: לא עד כדי כך... שליטה מלאה, זה לא קיים! אבל הנה היא, שולטת על כמה פרטים. ויצאו שלושתם להגיע אצל ראשונית.

ראשונית: ברוכים הבאים, בואו... תכנסו. מה שלומך רמיזה? מה שלומכם כולכם. יוסילה: לי קוראים יוסילה.

ראשונית: כן! אני מכירה אותך מהשמועות... מי לא יודע כי ליוסילה יש חבר חדש מהעולם הגדול?

יוסילה: אז את מצליחה, מה שהאחרים לא הצליחו במספרים הראשוניים? זה מה שאמר לי בלחשב.

ראשונית: אתה תראה מה שיש לי, ולאחר מכן תשקול בדעתך כמה ממשות יש בדברים. רמיזה: האם גם אני אבין במה מדובר?

ראשונית: במידה מסוימת, כן, תוכל להבין! תגיד מה הגיל שלך? רמיזה: אני כבר עברתי 6 שנים.

ראשונית: בסדר! האם תדע לעשות $6 - 1 = ?$ רמיזה: כן! זה $5 =$

ראשונית: הנה זהו, ה 5 הזה הוא מספר ראשוני. ועכשיו האם תדע לעשות $6 + 1 = ?$

רמיזה: כן! זה $7 =$

ראשונית: הנה זהו, ה 7 הזה הוא מספר ראשוני. ועכשיו האם תדע למצוא לי 2 פעמים $6 = ?$

רמיזה: השתדל בכל כוחותי להצליח... פעמיים 6 זה 12 ראשונית: בסדר! האם תדע לעשות $12 - 1 = ?$

רמיזה: כן! זה $11 =$

ראשונית: הנה זהו, ה 11 הזה הוא מספר ראשוני. ועכשיו האם תדע לעשות $12 + 1 = ?$

רמיזה: כן! זה $13 =$

ראשונית: הנה זהו, ה 13 הזה הוא מספר ראשוני. יוסילה: כל כך קל בשבילך להגיע למספרים הראשוניים.

ראשונית: אתה יוסילה תמצא לי 3 פעמים $6 = ?$ יוסילה: $6 \times 3 = 18$

ראשונית: בסדר! לחסר $18 - 1 = ?$ יוסילה: זה $17 =$

ראשונית: הנה זהו, ה 17 הזה הוא מספר ראשוני. ועכשיו להוסיף $18 + 1 = ?$

יוסילה: זה $19 =$

ראשונית: הנה זהו, ה 19 הזה הוא מספר ראשוני.

יוסילה : מאוד מעניין...

בלחשב נכנס לתמונה...

בלחשב: ואחר כך ... 23 ו 25 ??? כנראה נגמר הסיפור !

ראשונית : יותר נכון, מתחיל ! כאן מתחיל אותו מספר ראשוני שמצאנו בעזרת (6 – 1) להופיע בריבוע. כלומר, מצא את עצמו! ומעכשיו יופיע עם כל הראשוניים הגדולים ממנו. ואלו האמורים להופיע אתו 5×5 , 5×7 , 5×11 , 5×13 , 5×17 , 5×19 , ... , וכשאנו מגיעים ל $48 = 1 + (8 \times 6)$ ומקבלים 7×7 , כלומר, כאשר הראשוני 7 ישיג את עצמו, אז מתחיל ! מתחיל ה 7 להופיע עם כל הראשוניים הגדולים ממנו.

כלומר, 7×7 , 7×11 , 7×13 , 7×17 , 7×19 , ... , וכן ב $120 = 1 + (20 \times 6)$, אז יופיע ה 11. ואז מתחיל ה 11 להופיע עם כל הראשוניים הגדולים ממנו. וכן לכל אותם הראשוניים שאנו מגלים בעזרת ה 6 עם $1 + / 1 -$.
תסתכל בלוח הזה :

ה	ה 17	ה 13	ה 11	ה 7	ה 5	+1	-1	כפלי 6
						7	5	6
						13	11	12
						19	17	18
					5^2	25	23	24
						31	29	30
					5×7	37	35	36
						43	41	42
				7^2		49	47	48
					5×11	55	53	54
						61	59	60
					5×13	67	65	66
						73	71	72
				7×11		79	77	78
					5×17	85	83	84
				7×13		91	89	90
					5×19	97	95	96
						103	101	102
						109	107	108
					5×23	115	113	114
			11^2	7×17		121	119	120
					5×5^2	127	125	126
				7×19		133	131	132
						139	137	138
			11×13		5×29	145	143	144
						151	149	150
					5×31	157	155	156
				7×23		163	161	162
		13^2				169	167	168
					7×5^2	175	173	174
						181	179	180
			11×17		5×37	187	185	186
						193	191	192
						199	197	198
				7×29	5×41	205	203	204

210	209	211			11 x 19			
216	215	217	5 x 43	7 x 31				
222	221	223				13 x 17		
228	227	229						
234	233	235	5 x 47					
240	239	241						
246	245	247		5 x 7 ²		13 x 19		
252	251	253			11 x 23			
258	257	259		7 x 37				
264	263	265	5 x 53					
270	269	271						
276	275	277	11 x 5 ²					
282	281	283						
288	287	289		7 x 41			17 ²	
294	293	295	5 x 59					
300	299	301		7 x 43		13 x 23		
306	305	307	5 x 61					
312	311	313						
318	317	319			11 x 29			
324	323	325	13 x 5 ²				17 x 19	
330	329	331		7 x 47				
336	335	337	5 x 67					
342	341	343		7 x 7 ²	11 x 31			
348	347	349						
354	353	355	5 x 71					
360	359	361						19 ²
366	365	367	5 x 73					
372	371	373		7 x 53				
378	377	379				13 x 29		
384	383	385	5 x 7 x 11					
390	389	391					17 x 23	
396	395	397	5 x 79					

כאן, בלוח הזה, מופיעים כל המספרים הראשוניים, אף אחד מהם לא נעדר!

יוסילה : אפשר לשאול אותך שאלה?

ראשונית : בוודאי! ובפרט אם זה לעניין.

יוסילה : איני זוכר מה שהסבירו לי פעם, איך לבדוק אם המספר הוא ראשוני או לא? פשוט! אני יודע שיש שיטה, אבל כעת הכל מעורפל אצלי.

בלחשב : יש שיטה תיאורטית. ויש שיטה מעשית. ואף יש שיטה מעשית משופרת.

אני אגיד לך השיטה התיאורטית. למשל, אתה רוצה לבדוק אם המספר 97 הוא מספר ראשוני או לא? אתה מתחיל לחלק 97 : 2 ; 97 : 3 ; 97 : 4 ; 97 : 5 ; 97 : 6 ; 97 : 7 ; ... ; 96 ÷ 97 ; וכל עוד לא קבלת מספר שלם ... סימן כי זה מספר ראשוני.

יוסילה : אתה מתחיל לקרב אותי להסבר ששמעתי פעם. אבל זה לא היה כך! אני זוכר היה עניין של שורש בריבוע!

ראשונית : כן! זוהי השיטה המעשית. קודם כל הקדמה לעניין, ואף לתקן מה שבלחשב ניסה

לומר. $47 \div 97 = 2.0638$ עד כאן השיטה התיאורטית. עד חצי המספר! עד שמקבלים 2.

וכעת מה דוחף אותנו לעלות על השיטה הזו?

$9 \div 97 = 10.777$ כמובן שאין צורך להמשיך הלאה, כי אם נחלק ב 10 נקבל 9 וזה כבר מיותר.

ולמעשה $\sqrt{97} = 9.8488578$ במילים אחרות 9 הוא המספר השלם הכי גדול בבדיקה. בלחשב: כעת גם אצלי מתיישבים הדברים, ואני יכול להגיד לך השיטה המשופרת. אתה אמור לחלק 97 ב 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ואם לאחר כל הבדיקות האלו לא קבלת מספר שלם, סימן כי 97 הוא ראשוני. אלא ש... אלא, שמספר שאתה רוצה לדעת אם הוא ראשוני. בוודאי שאינו יכול להיות מספר זוגי. אכן לחלק ב 2 או ב 4 או ב 6 או ב 8... לא בא בחשבון. כעת הבדיקה מצטמצמת, לחלק במספרים אלו 3, 5, 7, 9. וידוע כי אם זה לא מתחלק ב 3 בוודאי שאינו מתחלק ב 9. ובשביל לדעת אם זה מתחלק ב 3, עושים סך (של 97) $9 + 7 = 16$ אילו היה 15 היה מתחלק ב 3, אבל 97 אינו מספר המתחלק ב 3. וכן אינו מספר המתחלק ב 5. מי נשאר לנו לבדיקה. המספר 7!

ראשונית: אתה שם לב, עד עכשיו לא השתמשנו אפילו בבדיקה אחת. לא הצטרנו לומר $97 \div 3$; $97 \div 5$; $97 \div 9$.

בלחשב: יש "שיטות קירוב" לחסוך הפעולה הזו $97 \div 7$. למשל, $97 - 77 = 20$ אינו מתחלק ב 7! יוסילה: כעת נחזור לפולחן של ראשונית.

ראשונית: אשמח מאוד לתת לכם ההסברים שיש לי.

יוסילה: האם תוכלי להגיד לי, איך התגלגל לידך הרעיון הזה?

ראשונית: מכמה גישות... אחת מהן, מצאתי גיליתי כי כל מספר ראשוני בריבוע, פחות-אחד או ועוד-אחד... הוא מספר המתחלק ב 6.

קח למשל: $89^2 = 7921$ אם נחסר 1 – המספר הנשאר ניתן להתחלק ב 6.

$7920 = 6 \div 7920$. כמובן, לא כן עם "ועוד". $(7921 + 1) \div 6 = 1320$ לא! כי ההבדל ביניהם הוא 2.

ומוכרח כי רק אחד מהם יתחלק ב 6. או זה שקיבל "ועוד" או זה שקיבל "פחות"

יוסילה: איני רואה שום קשר בין ריבוע, למספר המתחלק ב 6, למספר ראשוני פשוט!

על כל פנים, טוב לדעת כי כל ריבוע עם $+/ - 1$ ניתן להתחלק ב 6.

ראשונית: רגע! אני לא דייקתי מספיק. לא נכון לומר "כל מספר בריבוע" מתחלק ב 6 אם $+/ - 1$

אני מתכוונת על המספרים הראשוניים בריבוע! כי $16^2 = 256$ ברור כי לא 255 ולא 257 מתחלק ב 6.

בלחשב: אני רוצה לתקן אותך! כל מספר אי-זוגי בריבוע... למשל $49^2 = 2401$, עם פחות 1 הוא יתחלק ב 6.

ראשונית: נכון! נכון! ועוד גישה! הרבה מספרים ראשוניים המופיעים בהבדל 2 למשל,

101	103
107	109

והרבה זוגות כאלו תמצא בטבלה של מעלה.

מצאתי גיליתי המספר שביניהם מתחלק ב 6. כלומר לאחד המספרים האלו, "גדול באחד"

מהמתחלק ב 6. והמספר השני "קטון באחד" מהמספר המתחלק ב 6.

$102 \div 6 = 17$ נמצא $101 + 1$, וגם $103 - 1$ מתחלקים ב 6.

וכמו כן $108 \div 6 = 18$ נמצא $107 + 1$, וגם $109 - 1$ מתחלקים ב 6.

ובהמשך כמה בדיקות, מצאתי הכל תלוי ב 6, עם 1 יותר או 1 פחות.

אכן ההנחה שיצאתי בה לדרך היא, כי כל הנכפלים במספר 6 עם 1 או 1 – הם מספרים

ראשוניים פחות או יותר. יותר נכון, המספר הראשוני, $+/ - 1$ מתחלק ב 6 על בטוח.

יוסילה: ועדיין איני מבין מה שייכות מספר בריבוע, לעניין 6!

ראשונית: אתה צודק! אני הבחנתי עניין ה 6, בהיות המספרים בריבוע. אך אחר כך מצאתי כי

לא צריך להיות בריבוע. אלא כל מספר ראשוני עם $+/ - 1$ יהיה ניתן לחלק ב 6.

יוסילה: שוב את נסחפת בזרם. זה לא כל מספר ראשוני עם $+/ - 1$ המתחלק ב 6. כי אפילו שאינו

ראשוני. וכבר את בעצמך מסרת לנו לוח שבו מספרים ראשוני ובלתי ראשוניים... יותר נכון לוח

שבו כפלת המספרים ב 6 ולאחר $+/ - 1$ פעם יצא מספר ראשוני ופעם יצא שאינו ראשוני.

ראשונית: נכון! אתה צודק! וכעת אני אגלה לכם סוד! ולא תגידו לאף אחד!

הטבלה הזו שאני אראה לכם כעת, השגתי אותה מסבא. סבא הסכים איתי אודות עניין כפלי ה
 6.. וגם גילה לי הפולחן שלו בעניין המספר הראשוני. הוא שחילק המספרים הראשוניים ל 8
 עמודות. שתי עמודות לאחדות = 1, שתי עמודות לאחדות = 9, שתי עמודות לאחדות = 3, ושתי
 עמודות לאחדות = 7. אבל קודם כל, זהו לוח של סבא, של 8 העמודות.

01	11	19	29	13	23	07	17	#
01	11	19	29	13	23	07	17	0
31	41	49	59	43	53	37	47	1
61	71	79	89	73	83	67	77	2
91	101	109	119	103	113	97	107	3
121	131	139	149	133	143	127	137	4
151	161	169	179	163	173	157	167	5
181	191	199	209	193	203	187	197	6
211	221	229	239	223	233	217	227	7
241	251	259	269	253	263	247	257	8
271	281	289	299	283	293	277	287	9
301	311	319	329	313	323	307	317	10
331	341	349	359	343	353	337	347	11
361	371	379	389	373	383	367	377	12
391	401	409	419	403	413	397	407	13
421	431	439	449	433	443	427	437	14
451	461	469	479	463	473	457	467	15
481	491	499	509	493	503	487	497	16
511	521	529	539	523	533	517	527	17
541	551	559	569	553	563	547	557	18
571	581	589	599	583	593	577	587	19
601	611	619	629	613	623	607	617	20
631	641	649	659	643	653	637	647	21
661	671	679	689	673	683	667	677	22
691	701	709	719	703	713	697	707	23
721	731	739	749	733	743	727	737	24

בלוח הזה נמצאים כל המספרים הראשוניים, לרבות כמה מספרים מורכבים.
 לשים לב מה היה אמור להיות.

01	11	21	19	29	09	13	23	03	07	17	27	#
01	11	21	19	29	39	13	23	33	07	17	27	0
31	41	51	49	59	69	43	53	63	37	47	57	1
61	71	81	79	89	99	73	83	93	67	77	87	2
91	101	111	109	119	129	103	113	123	97	107	117	3
121	131	141	139	149	159	133	143	153	127	137	147	4
151	161	171	169	179	189	163	173	183	157	167	177	5
181	191	201	199	209	219	193	203	213	187	197	207	6
211	221	231	229	239	249	223	233	243	217	227	237	7
241	251	261	259	269	279	253	263	273	247	257	267	8
271	281	291	289	299	309	283	293	303	277	287	297	9
301	311	321	319	329	339	313	323	333	307	317	327	10
331	341	351	349	359	369	343	353	363	337	347	357	11
361	371	381	379	389	399	373	383	393	367	377	387	12
391	401	411	409	419	429	403	413	423	397	407	417	13

מובן מאיליו כי בעמודות אלו, אין אפילו מספר אחד ראשוני.
ועכשיו הנה הפולחן שלי בעקבות ההסברים של סבא.

01		11		19		29		13		23		07		17		#
01		11	+ 1	19	- 1	29	+ 1	13	- 1	23	+ 1	07	- 1	17	+ 1	0
31	- 1	41	+ 1	49		59	+ 1	43	- 1	53	+ 1	37	- 1	47	+ 1	1
61	- 1	71	+ 1	79	- 1	89	+ 1	73	- 1	83	+ 1	67	- 1	77		2
91		101	+ 1	109	- 1	119		103	- 1	113	+ 1	97	- 1	107	+ 1	3
121		131		139	- 1	149	+ 1	133		143		127	- 1	137	+ 1	4
151	- 1	161		169		179	+ 1	163	- 1	173	+ 1	157	- 1	167	+ 1	5
181	- 1	191	+ 1	199	- 1	209		193	- 1	203		187		197	+ 1	6
211	- 1	221		229	- 1	239	+ 1	223	- 1	233	+ 1	217		227	+ 1	7
241	- 1	251	+ 1	259		269	+ 1	253		263	+ 1	247		257	+ 1	8
271	- 1	281	+ 1	289		299		283	- 1	293	+ 1	277	- 1	287		9
301		311	+ 1	319		329		313	- 1	323		307	- 1	317	+ 1	10
331	- 1	341		349	- 1	359	+ 1	343		353	+ 1	337	- 1	347	+ 1	11
361		371		379	- 1	389	+ 1	373	- 1	383	+ 1	367	- 1	377		12
391		401	+ 1	409	- 1	419	+ 1	403		413		397	- 1	407		13
421	- 1	431	+ 1	439	- 1	449		433	- 1	443	+ 1	427		437		14
451		461	+ 1	469		479	+ 1	463	- 1	473		457	- 1	467	+ 1	15
481		491	+ 1	499	- 1	509	+ 1	493		503	+ 1	487	- 1	497		16
511		521	+ 1	529		539		523	- 1	533		517		527		17
541	- 1	551		559		569	+ 1	553		563	+ 1	547	- 1	557	+ 1	18
571	- 1	581		589		599	+ 1	583		593	+ 1	577	- 1	587	+ 1	19
601	- 1	611		619	- 1	629		613	- 1	623		607	- 1	617	+ 1	20
631	- 1	641	+ 1	649		659	+ 1	643	- 1	653	+ 1	637		647	+ 1	21
661	- 1	671		679		689		673	- 1	683	+ 1	667		677	+ 1	22
691	- 1	701	+ 1	709	- 1	719	+ 1	703		713		697		707		23
721		731		739	- 1	749		733	- 1	743	+ 1	727	- 1	737		24
751	- 1	761	+ 1	769	- 1	779		763		773	+ 1	757	- 1	767		25
781		791		799		809	+ 1	793		803		787	- 1	797	+ 1	26
811	- 1	821	+ 1	829	- 1	839	+ 1	823	- 1	833		817		827	+ 1	27
841		851		859	- 1	869		853	- 1	863	+ 1	847		857	+ 1	28

באותם 8 עמודות אלו, מתברר כי עמודה אחת מקבלת "פחות 1" ואז המספר מתחלק ב 6.
והעמודה האחרת מקבלת "ועוד 1" ואז המספר מתחלק ב 6. זה לעצמו מעיד שאנו נמצאים
בדרך "התאמה טבעית".

רגע! האם אתם מצליחים להבין הטבלה הזו?

(כמובן כי גם למספרים המורכבים שייך +/- 1, אלא שאינם מעניינים אותנו כעת)

יוסילה: כן! את מציעה מספרים ראשוניים משמאל לימין בלוח המספרים הראשוניים.

שתי עמודות למספרים עם אחדות = 1. עמודה עם "פחות 1", שאז אמור להתחלק ב 6. ועמודה
עם "ועוד 1", שגם אז אמור להתחלק ב 6.

כמו למשל: בעמודת ה 1, המספר 421, את עושה לו "פחות 1", ואז 420 מתחלק ב 6.

וכן ביתר זוגות העמודות. ל 9 ל 3 ול 7.

ראשונית: ואתה רואה יוסילה, זה מצליח עם כל המספרים הראשוניים. אין לך מספר ראשוני,
שאם תוסיף לו 1 או תפחית ממנו 1, שאינו מתחלק ב 6. תבדוק כמה שתרצה ותמיד תמצא כי
החילוק ב 6 הוא דבר אפשרי.

יוסילה: אך הפלא כי הם אמורות להיות 3 עמודות עמודה-01 ועמודה-11 ועמודה-21

את העמודה-21 לא שייכת למספר הראשוני. את העמודה-01 שייכת (כל כולה) ל "פחות 1" לחלק ב 6. ואת העמודה-11 שייכת (כל כולה) ל "ועוד 1" לחלק ב 6. ראשונית: אתה יכול לעשות "סימן לדבר"... להזכיר לעצמך, כי מתוך שתי העמודות מגדילים העמודה הגדולה ב 1. ומקטינים העמודה הקטנה ב 1. ואז אפשר יהיה לחלק ב 6. כלומר, בין שתי העמודות 19 ו 29. ומקטינים העמודה הקטנה ב 1. $18 \div 6 = 3$ עובד! ומגדילים העמודה הגדולה ב 1. $30 \div 6 = 5$ עובד! יוסילה: אבל באמת איך הגעת לאותם 8 עמודות?

ראשונית: אני לא הגעתי לשום דבר! אמרתי לך, זו העבודה של סבא. והוא גילה לי הסוד. המחזור הוא 30! כלומר יכולים לבנות 30 עמודות, 1, 2, 3, 4... 29, 30. ... ולחזור לעמודה הראשונה (לעמודה-1) עם המספר 31. אבל עם הבדיקות נמצאו 15 עמודות מהם, מספרים זוגיים שאינם כוללות מספרים ראשוניים. נשארו לנו 15 עמודות אי-זוגיות. נוציא מהם 3 עמודות של 05, 15, 25 שאינם כוללות מספרים ראשוניים. נשארו 12 עמודות (שלוש עמודות 1, 11, 21. ושלוש עמודות 3, 13, 21. ושלוש עמודות 7, 17, 27. ושלוש עמודות 9, 19, 29). נוציא מהם 4 עמודות של 03, 27, 09. שאינם כוללים מספרים ראשוניים. נשארו לנו 8 עמודות הכוללות כל המספרים הראשוניים. כי לאמתו של דבר, ל 1 אמור להיות 3 עמודות (1, 11, 21), וכן לחבריו. ואלו הם 12 העמודות, שביטלנו מהם 4, שהם 03, 27, 09. כי בארבעת העמודות האלו לא נמצאו מספרים ראשוניים.

01	11	24	9	19	29	3	13	23	7	17	27
		51	39			33					57

אלא ש... העמודה של 21 נפסלה, וכן העמודה של 9, וכן העמודה של 3, וכן העמודה של 27. להעיר, כי המספרים שבעמודות אלו, אך ורק ב $3 \div 3 = 1$ יהיה אפשר לחלק ב 6. כלומר מעידים על עצמם, שהם מחוץ למשחק! אגב, סבא מסביר כי המספרים 2 ו 3 ו 5 קוראים להם ראשוניים הסכמתיים, והם מתפקדים כמספרים ראשוניים לכל דבר. אך עולם המספרים אינו מכיר בהם כראשוניים, היות כי כל העמודה שלהם אין בה ראשוניים.

יוסילה: מה את שחה! ה 02, ה 03, ה 05 אינם מספרים ראשוניים? ראשונית: זו בדיוק השאלה ששאלתי לסבא. וכדאי לשמוע מה אמר סבא! סבא אומר, יש להאמין לעולם המספרים יותר מאשר להאמין לעולם האנושיים. וההוכחה, כי כל עמודה מבוססת על הבדל 30 בין שורה לשורה.

1, 31, 61, 91... 7, 37, 67...

וסבא הפתיע אותי בהסבר הזה! $30 = 5 \times 3 \times 2$ אלו הם שלושת המספרים שהאנושיים מחשיבים אותם לראשוניים. תראו איך עולם המספרים מתייחס אליהם?

סבא שאל אותי, האם אני כשאני נכנסת לעולם המספרים, האם רוצה ללמוד או ללמוד? עולם המספרים, מתנכר התנכרות טוטאלית מ 2 ומ 3 ומ 5 ואם אנו מחשיבים אותם למספרים ראשוניים, כי זה מה שמתאים לשכל שלנו. אך עולם המספרים אינו מתחשב בכך. (אכן אחר לימוד זה, יש לומר כי 2, 3, 5 הם מספרים ראשוניים הסכמתיים)

יוסילה: מאוד מעניין איך הסבא משגיח על עולם המספרים!

ראשונית: וסבא נותן עוד ביאור מפליא אודות המספר 30.

בלחשב: מה פירוש "ביאור מפליא"?

ראשונית: תסתכל בשורה העליונה של הטבלה, מה אתה רואה?

בלחשב: אני רואה, 01, 11; 19, 29; 13, 23; 07, 17.

ראשונית: אכן לחבר מהקצה לקצה.

$30 = 01 + 29$... וכן $30 = 11 + 19$... וכן $30 = 23 + 07$... וכן $30 = 13 + 17$...

אלו הם המספרים הראשוניים שבאו להעיד על קיומו של ה 30. לא כן?

ומובן מאלי, כי לא ניתן לעשות $30 = 28 + 2$ או $30 = 27 + 3$ או $30 = 25 + 5$. כי 8 המספרים הראשוניים מעידים על עצמם.

ותוספת עדות זו, מעידה לנו, כי בתוך 30 המספרים ההתחלתיים מ 1 ועד 30, 8 מספרים ראשוניים נכנסו לתמונה.

וכמובן, לכל שורה נוספת יש להוסיף +30 למספר שקדם ... כלומר בעמודה של 01 בשורה-1 יש פעם אחת 30 ב 31, בשורה-2 יש פעמיים 30 ב 61, בשורה-3 יש שלוש פעמים 30 ב 91 שאינו ראשוני. וכן בעמודה של 11 בשורה-1 יש פעם אחת 30 ב 41, בשורה-2 יש פעמיים 30 ב 71, בשורה-3 יש שלוש פעמים 30 ב 101. (כלומר, $90 = 3 \times 30$, עם $101 = 11 + 90$)

יוסילה: אם אנו ניתן מספר לכל שורה לקרוא לזו שורה-1 ולזו שורה-2 וכו' האם זה אומר משהו?

ראשונית: בוודאי. למשל, בשורה-6 בעמודה-1 אנו נמצא המספר (6×30) ועוד $1 = 181$

181	-1	191	+1	199	-1	209	-1	193	-1	203	-1	187	-1	197	+1	6
-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	---

אני אתן לכם הסבר!

למשל, בעמודה-01 בשורה-17. מה יש לצפות?

יש לצפות למספר המורכב מ $(17 \times 30) + 1$ כלומר $510 + 1 = 511$ ובמקרה, אינו מספר ראשוני.
 $511 = 7 \times 73$

מה זאת אומרת 7×73 ?

זאת אומרת. בשורה-3 אנו נמצא 7×13 (שהם 91).

בשורה-10. $(7 + 3)$. אנו נמצא 7×43 (שהם 301).

בשורה-17. $(14 + 3)$. אנו נמצא 7×73 (שהם 511).

לאמתו של דבר $7 \times 73 \leftarrow 7$ כפול (פעמיים $30 + 13$)

אם יש שאלות?

בלחשב: נמצא כל מספר שיינתן לנו, אנו נוכל לדעת בדיוק לאיזה שורה ולאיזו עמודה הוא שייך?

יוסילה: למשל, 953 למה הוא שייך?

בלחשב: צעד ראשון, מוצאים לאיזו עמודה הוא שייך? ל 13 או ל 23

953 פחות 13 = 940 ; לחלק ב 30 = אינו מספר שלם. כמובן שייך לעמודה 23.

953 פחות 23 = 930 ; לחלק ב 30 = 31. כלומר, המספר 953 שייך לעמודה-23 ובשורה-31.

953	$(31 \times 30) + 23$	31
-----	-----------------------	----

ובמקרה, הוא מספר ראשוני.

ראשונית: היותו מספר ראשוני, כלומר ממנו והלאה, מתחיל המספר המורכב. וזה אינו מוכרח להימצא בעמודה-23.

למשל, 953 כפול 7 = 6671, אנו נמצא אותו בעמודה-11 שורה-222.

למשל, 953 כפול 11 = 10483, אנו נמצא אותו בעמודה-13 שורה-349.

האם זה ברור?

בלחשב: אני רוצה לבדוק את יוסילה, אם הוא מבין דברים אלו?

יוסילה: זה מאוד מעניין, אולי תיתן לי מספר, לשם תרגיל.

בלחשב: בסדר! ואתה חושב להגיע! הנה המספר ... 989

יוסילה: אם זה מהלוח, אמור להיות או בעמודה 19 או בעמודה 29.

989 פחות 19 = 970 ; לחלק ב 30 = אינו מספר שלם. כמובן שייך לעמודה 29.

989 פחות 29 = 960 ; לחלק ב 30 = 32. כלומר, המספר 989 שייך לעמודה-29 ובשורה-32.

בדקתי, אינו מספר ראשוני. מלבד מיקומו העמודה 29 שורה-32

989	$(32 \times 30) + 29$	32
-----	-----------------------	----

$989 = 23 \times 43$

989	$(32 \times 30) + 29$	$23 (13 + 1 \times 30)$	23×43	32
-----	-----------------------	-------------------------	----------------	----

ראשונית: אני רואה שאיני מדבר סתם!

יש לכם כישרונות... וכבר יכולים להבחין בין מספר ראשוני ללא ראשוני.

כעת אני אגיש לכם טבלאות מעובדות בהתאם לפרטים שראינו.

והכל בהתאם להנחיות סבא!

0	1				11			
1	31	$(1 * 30) + 1$			41	$(1 * 30) + 11$		
2	61	$(2 * 30) + 1$			71	$(2 * 30) + 11$		
3	91	$(3 * 30) + 1$	7×13	7×13	101	$(3 * 30) + 11$		
4	121	$(4 * 30) + 1$			131	$(4 * 30) + 11$		
5	151	$(5 * 30) + 1$			161	$(5 * 30) + 11$	7×23	7×23
6	181	$(6 * 30) + 1$			191	$(6 * 30) + 11$		
7	211	$(7 * 30) + 1$			221	$(7 * 30) + 11$	13×17	13×17
8	241	$(8 * 30) + 1$			251	$(8 * 30) + 11$		
9	271	$(9 * 30) + 1$			281	$(9 * 30) + 11$		
10	301	$(10 * 30) + 1$	$7 (13 + 1*30)$	7×43	311	$(10 * 30) + 11$		
11	331	$(11 * 30) + 1$			341	$(11 * 30) + 11$	$11 (1 + 1*30)$	11×31
12	361	$(12 * 30) + 1$	19×19	19^2	371	$(12 * 30) + 11$	$7 (23 + 1*30)$	7×53
13	391	$(13 * 30) + 1$	17×23	17×23	401	$(13 * 30) + 11$		
14	421	$(14 * 30) + 1$			431	$(14 * 30) + 11$		
15	451	$(15 * 30) + 1$	$11 (11 + 1*30)$	11×41	461	$(15 * 30) + 11$		
16	481	$(16 * 30) + 1$	$13 (7 + 1*30)$	13×37	491	$(16 * 30) + 11$		
17	511	$(17 * 30) + 1$	$7 (13 + 2*30)$	7×73	521	$(17 * 30) + 11$		
18	541	$(18 * 30) + 1$			551	$(18 * 30) + 11$	19×29	19×29
19	571	$(19 * 30) + 1$			581	$(19 * 30) + 11$	$7 (23 + 2*30)$	7×83
20	601	$(20 * 30) + 1$			611	$(20 * 30) + 11$	$13 (17 + 1*30)$	13×47
21	631	$(21 * 30) + 1$			641	$(21 * 30) + 11$		
22	661	$(22 * 30) + 1$			671	$(22 * 30) + 11$	$11 (1 + 2*30)$	11×61
23	691	$(23 * 30) + 1$			701	$(23 * 30) + 11$		
24	721	$(24 * 30) + 1$	$7 (13 + 3*30)$	7×103	731	$(24 * 30) + 11$	$17 (13 + 1*30)$	17×43
25	751	$(25 * 30) + 1$			761	$(25 * 30) + 11$		
26	781	$(26 * 30) + 1$	$11 (11 + 2*30)$	11×71	791	$(26 * 30) + 11$	$7 (23 + 3*30)$	7×113
27	811	$(27 * 30) + 1$			821	$(27 * 30) + 11$		
28	841	$(28 * 30) + 1$	29×29	29^2	851	$(28 * 30) + 11$	$23 (7 + 1*30)$	23×37
29	871	$(29 * 30) + 1$	$13 (7 + 2*30)$	13×67	881	$(29 * 30) + 11$		
30	901	$(30 * 30) + 1$	$17 (23 + 1*30)$	17×53	911	$(30 * 30) + 11$		
31	931	$(31 * 30) + 1$	$19 (19 + 1*30)$	$7^2 \times 19$	941	$(31 * 30) + 11$		
32	961	$(32 * 30) + 1$	31×31	31^2	971	$(32 * 30) + 11$		
33	991	$(33 * 30) + 1$			1001	$(33 * 30) + 11$	$7 (23 + 4*30)$ $11 (1 + 3*30)$ $13 (17 + 2*30)$	$7 \times 11 \times 13$
34	1021	$(34 * 30) + 1$			1031	$(34 * 30) + 11$		
35	1051	$(35 * 30) + 1$			1061	$(35 * 30) + 11$		
36	1081	$(36 * 30) + 1$	$23 (17 + 1*30)$	23×47	1091	$(36 * 30) + 11$		
37	1111	$(37 * 30) + 1$	$11 (11 + 3*30)$	11×101	1121	$(37 * 30) + 11$	$19 (29 + 1*30)$	19×59
38	1141	$(38 * 30) + 1$	$7 (13 + 5*30)$	7×163	1151	$(38 * 30) + 11$		
39	1171	$(39 * 30) + 1$			1181	$(39 * 30) + 11$		
40	1201	$(40 * 30) + 1$			1211	$(40 * 30) + 11$	$7 (23 + 5*30)$	7×173
41	1231	$(41 * 30) + 1$			1241	$(41 * 30) + 11$	$17 (13 + 2*30)$	17×73
42	1261	$(42 * 30) + 1$	$13 (7 + 3*30)$	13×97	1271	$(42 * 30) + 11$	$(1 + 1*30)$ $(11 + 1*30)$	31×41
43	1291	$(43 * 30) + 1$			1301	$(43 * 30) + 11$		
44	1321	$(44 * 30) + 1$			1331	$(44 * 30) + 11$	$11 (1 + 4*30)$	11^3

0	13				23			
1	43	$(1 * 30) + 13$			53	$(1 * 30) + 23$		
2	73	$(2 * 30) + 13$			83	$(2 * 30) + 23$		
3	103	$(3 * 30) + 13$			113	$(3 * 30) + 23$		
4	133	$(4 * 30) + 13$	7 x 19	7 x 19	143	$(4 * 30) + 23$	11 x 13	11 x 13
5	163	$(5 * 30) + 13$			173	$(5 * 30) + 23$		
6	193	$(6 * 30) + 13$			203	$(6 * 30) + 23$	7 x 29	7 x 29
7	223	$(7 * 30) + 13$			233	$(7 * 30) + 23$		
8	253	$(8 * 30) + 13$	11 x 23	11 x 23	263	$(8 * 30) + 23$		
9	283	$(9 * 30) + 13$			293	$(9 * 30) + 23$		
10	313	$(10 * 30) + 13$			323	$(10 * 30) + 23$	17 x 19	17 x 19
11	343	$(11 * 30) + 13$	7 (19 + 1*30)	7 ³	353	$(11 * 30) + 23$		
12	373	$(12 * 30) + 13$			383	$(12 * 30) + 23$		
13	403	$(13 * 30) + 13$	13 (1 + 1*30)	13 x 31	413	$(13 * 30) + 23$	7 (29 + 1*30)	7 x 59
14	433	$(14 * 30) + 13$			443	$(14 * 30) + 23$		
15	463	$(15 * 30) + 13$			473	$(15 * 30) + 23$	11 (13 + 1*30)	11 x 43
16	493	$(16 * 30) + 13$	17 x 29	17 x 29	503	$(16 * 30) + 23$		
17	523	$(17 * 30) + 13$			533	$(17 * 30) + 23$	13 (11 + 1*30)	13 x 41
18	553	$(18 * 30) + 13$	7 (19 + 2*30)	7 x 79	563	$(18 * 30) + 23$		
19	583	$(19 * 30) + 13$	11 (23 + 1*30)	11 x 53	593	$(19 * 30) + 23$		
20	613	$(20 * 30) + 13$			623	$(20 * 30) + 23$	7 (29 + 2*30)	7 x 89
21	643	$(21 * 30) + 13$			653	$(21 * 30) + 23$		
22	673	$(22 * 30) + 13$			683	$(22 * 30) + 23$		
23	703	$(23 * 30) + 13$	19 (7 + 1*30)	19 x 37	713	$(23 * 30) + 23$	23 (1 + 1*30)	23 x 31
24	733	$(24 * 30) + 13$			743	$(24 * 30) + 23$		
25	763	$(25 * 30) + 13$	7 (19 + 3*30)	7 x 109	773	$(25 * 30) + 23$		
26	793	$(26 * 30) + 13$	13 (1 + 2*30)	13 x 61	803	$(26 * 30) + 23$	11 (13 + 2*30)	11 x 73
27	823	$(27 * 30) + 13$			833	$(27 * 30) + 23$	7 (29 + 3*30)	7 x 119
28	853	$(28 * 30) + 13$			863	$(28 * 30) + 23$		
29	883	$(29 * 30) + 13$			893	$(29 * 30) + 23$	19 (17 + 1*30)	19 x 47
30	913	$(30 * 30) + 13$	11 (23 + 2*30)	11 x 83	923	$(30 * 30) + 23$	13 (11 + 2*30)	13 x 71
31	943	$(31 * 30) + 13$	23 (11 + 1*30)	23 x 41	953	$(31 * 30) + 23$		
32	973	$(32 * 30) + 13$	7 (19 + 4*30)	7 x 139	983	$(32 * 30) + 23$		
33	1003	$(33 * 30) + 13$	17 (29 + 1*30)	17 x 59	1013	$(33 * 30) + 23$		
34	1033	$(34 * 30) + 13$			1043	$(34 * 30) + 23$	7 (29 + 4*30)	7 x 149
35	1063	$(35 * 30) + 13$			1073	$(35 * 30) + 23$	29 (7 + 1*30)	29 x 37
36	1093	$(36 * 30) + 13$			1103	$(36 * 30) + 23$		
37	1123	$(37 * 30) + 13$			1133	$(37 * 30) + 23$	11 (13 + 3*30)	11 x 103
38	1153	$(38 * 30) + 13$			1163	$(38 * 30) + 23$		
39	1183	$(39 * 30) + 13$	7 (19 + 5*30) 13 (1 + 3*30)	7x13x13	1193	$(39 * 30) + 23$		
40	1213	$(40 * 30) + 13$			1223	$(40 * 30) + 23$		
41	1243	$(41 * 30) + 13$	11 (23 + 3*30)	11 x 113	1253	$(41 * 30) + 23$	7 (29 + 5*30)	7 x 179
42	1273	$(42 * 30) + 13$	19 (7 + 2*30)	19 x 67	1283	$(42 * 30) + 23$		
43	1303	$(43 * 30) + 13$			1313	$(43 * 30) + 23$	13 (11 + 3*30)	13 x 101
44	1333	$(44 * 30) + 13$	(1 + 1*30) (13 + 1*30)	31 x 43	1343	$(44 * 30) + 23$	17 (19 + 2*30)	17 x 79

0	7				17			
1	37	$(1 * 30) + 7$			47	$(1 * 30) + 17$		
2	67	$(2 * 30) + 7$			77	$(2 * 30) + 17$	7 x 11	7 x 11
3	97	$(3 * 30) + 7$			107	$(3 * 30) + 17$		
4	127	$(4 * 30) + 7$			137	$(4 * 30) + 17$		
5	157	$(5 * 30) + 7$			167	$(5 * 30) + 17$		
6	187	$(6 * 30) + 7$	11 x 17	11 x 17	197	$(6 * 30) + 17$		
7	217	$(7 * 30) + 7$	7 (1 + 1*30)	7 x 31	227	$(7 * 30) + 17$		
8	247	$(8 * 30) + 7$	13 x 19	13 x 19	257	$(8 * 30) + 17$		
9	277	$(9 * 30) + 7$			287	$(9 * 30) + 17$	7 (11 + 1*30)	7 x 41
10	307	$(10 * 30) + 7$			317	$(10 * 30) + 17$		
11	337	$(11 * 30) + 7$			347	$(11 * 30) + 17$		
12	367	$(12 * 30) + 7$			377	$(12 * 30) + 17$	13 x 29	13 x 29
13	397	$(13 * 30) + 7$			407	$(13 * 30) + 17$	11 (7 + 1*30)	11 x 37
14	427	$(14 * 30) + 7$	7 (1 + 2*30)	7 x 61	437	$(14 * 30) + 17$	19 x 23	19 x 23
15	457	$(15 * 30) + 7$			467	$(15 * 30) + 17$		
16	487	$(16 * 30) + 7$			497	$(16 * 30) + 17$	7 (11 + 2*30)	7 x 71
17	517	$(17 * 30) + 7$	11 (17 + 1*30)	11 x 47	527	$(17 * 30) + 17$	17 (1 + 1*30)	17 x 31
18	547	$(18 * 30) + 7$			557	$(18 * 30) + 17$		
19	577	$(19 * 30) + 7$			587	$(19 * 30) + 17$		
20	607	$(20 * 30) + 7$			617	$(20 * 30) + 17$		
21	637	$(21 * 30) + 7$	7 (1 + 3*30)	7 x 91	647	$(21 * 30) + 17$		
22	667	$(22 * 30) + 7$	23 x 29	23 x 29	677	$(22 * 30) + 17$		
23	697	$(23 * 30) + 7$	17 (11 + 1*30)	17 x 41	707	$(23 * 30) + 17$	7 (11 + 3*30)	7 x 101
24	727	$(24 * 30) + 7$			737	$(24 * 30) + 17$	11 (7 + 2*30)	11 x 67
25	757	$(25 * 30) + 7$			767	$(25 * 30) + 17$	13 (29 + 1*30)	13 x 59
26	787	$(26 * 30) + 7$			797	$(26 * 30) + 17$		
27	817	$(27 * 30) + 7$	19 (13 + 1*30)	19 x 43	827	$(27 * 30) + 17$		
28	847	$(28 * 30) + 7$	7 (1 + 4*30) 11 (17 + 2*30)	7 x 11 ²	857	$(28 * 30) + 17$		
29	877	$(29 * 30) + 7$			887	$(29 * 30) + 17$		
30	907	$(30 * 30) + 7$			917	$(30 * 30) + 17$	7 (11 + 4*30)	7 x 131
31	937	$(31 * 30) + 7$			947	$(31 * 30) + 17$		
32	967	$(32 * 30) + 7$			977	$(32 * 30) + 17$		
33	997	$(33 * 30) + 7$			1007	$(33 * 30) + 17$	19 (23 + 1*30)	19 x 53
34	1027	$(34 * 30) + 7$	13 (19 + 2*30)	13 x 79	1037	$(34 * 30) + 17$	17 (1 + 2*30)	17 x 61
35	1057	$(35 * 30) + 7$	7 (1 + 5*30)	7 x 151	1067	$(35 * 30) + 17$	11 (7 + 3*30)	11 x 97
36	1087	$(36 * 30) + 7$			1097	$(36 * 30) + 17$		
37	1117	$(37 * 30) + 7$			1127	$(37 * 30) + 17$	7 (11 + 5*30) 23 (19 + 1*30)	7*7*23
38	1147	$(38 * 30) + 7$	(1 + 1*30) (7 + 1*30)	31 x 37	1157	$(38 * 30) + 17$	13 (29 + 2*30)	13 x 89
39	1177	$(39 * 30) + 7$	11 (17 + 3*30)	11 x 107	1187	$(39 * 30) + 17$		
40	1207	$(40 * 30) + 7$	17 (11 + 2*30)	17 x 71	1217	$(40 * 30) + 17$		
41	1237	$(41 * 30) + 7$			1247	$(41 * 30) + 17$	29 (13 + 1*30)	29 x 43
42	1267	$(42 * 30) + 7$	7 (1 + 6*30)	7 x 181	1277	$(42 * 30) + 17$		
43	1297	$(43 * 30) + 7$			1307	$(43 * 30) + 17$		
44	1327	$(44 * 30) + 7$			1337	$(44 * 30) + 17$	7 (11 + 6*30)	7 x 191

0	19				29			
1	49	$(1 * 30) + 19$	7×7	7^2	59	$(1 * 30) + 29$		
2	79	$(2 * 30) + 19$			89	$(2 * 30) + 29$		
3	109	$(3 * 30) + 19$			119	$(3 * 30) + 29$	7×17	7×17
4	139	$(4 * 30) + 19$			149	$(4 * 30) + 29$		
5	169	$(5 * 30) + 19$	13×13	13^2	179	$(5 * 30) + 29$		
6	199	$(6 * 30) + 19$			209	$(6 * 30) + 29$	11×19	11×19
7	229	$(7 * 30) + 19$			239	$(7 * 30) + 29$		
8	259	$(8 * 30) + 19$	$7 (7 + 1*30)$	7×37	269	$(8 * 30) + 29$		
9	289	$(9 * 30) + 19$	17×17	17^2	299	$(9 * 30) + 29$	13×23	13×23
10	319	$(10 * 30) + 19$	11×29	11×29	329	$(10 * 30) + 29$	$7 (17 + 1*30)$	7×47
11	349	$(11 * 30) + 19$			359	$(11 * 30) + 29$		
12	379	$(12 * 30) + 19$			389	$(12 * 30) + 29$		
13	409	$(13 * 30) + 19$			419	$(13 * 30) + 29$		
14	439	$(14 * 30) + 19$			449	$(14 * 30) + 29$		
15	469	$(15 * 30) + 19$	$7 (7 + 2*30)$	7×67	479	$(15 * 30) + 29$		
16	499	$(16 * 30) + 19$			509	$(16 * 30) + 29$		
17	529	$(17 * 30) + 19$	23×23	23^2	539	$(17 * 30) + 29$	$7 (17 + 2*30)$	7×77
18	559	$(18 * 30) + 19$	$13 (13 + 1*30)$	13×43	569	$(18 * 30) + 29$		
19	589	$(19 * 30) + 19$	$19 (1 + 1*30)$	19×31	599	$(19 * 30) + 29$		
20	619	$(20 * 30) + 19$			629	$(20 * 30) + 29$	$17 (7 + 1*30)$	17×37
21	649	$(21 * 30) + 19$	$11 (29 + 1*30)$	11×59	659	$(21 * 30) + 29$		
22	679	$(22 * 30) + 19$	$7 (7 + 3*30)$	7×97	689	$(22 * 30) + 29$	$13 (23 + 1*30)$	13×53
23	709	$(23 * 30) + 19$			719	$(23 * 30) + 29$		
24	739	$(24 * 30) + 19$			749	$(24 * 30) + 29$	$7 (17 + 3*30)$	7×107
25	769	$(25 * 30) + 19$			779	$(25 * 30) + 29$	$19 (11 + 1*30)$	19×41
26	799	$(26 * 30) + 19$	$17 (17 + 1*30)$	17×47	809	$(26 * 30) + 29$		
27	829	$(27 * 30) + 19$			839	$(27 * 30) + 29$		
28	859	$(28 * 30) + 19$			869	$(28 * 30) + 29$	$11 (19 + 2*30)$	11×79
29	889	$(29 * 30) + 19$	$7 (7 + 4*30)$	7×127	899	$(29 * 30) + 29$	$29 (1 + 1*30)$	29×31
30	919	$(30 * 30) + 19$			929	$(30 * 30) + 29$		
31	949	$(31 * 30) + 19$	$13 (13 + 2*30)$	13×73	959	$(31 * 30) + 29$	$7 (17 + 4*30)$	7×137
32	979	$(32 * 30) + 19$	$11 (29 + 2*30)$	11×89	989	$(32 * 30) + 29$	$23 (13 + 1*30)$	23×43
33	1009	$(33 * 30) + 19$			1019	$(33 * 30) + 29$		
34	1039	$(34 * 30) + 19$			1049	$(34 * 30) + 29$		
35	1069	$(35 * 30) + 19$			1079	$(35 * 30) + 29$	$13 (23 + 4*30)$	13×83
36	1099	$(36 * 30) + 19$	$7 (7 + 5*30)$	7×157	1109	$(36 * 30) + 29$		
37	1129	$(37 * 30) + 19$			1139	$(37 * 30) + 29$	$17 (7 + 2*30)$	17×67
38	1159	$(38 * 30) + 19$	$19 (1 + 2*30)$	19×61	1169	$(38 * 30) + 29$	$7 (17 + 5*30)$	7×167
39	1189	$(39 * 30) + 19$	$29 (11 + 1*30)$	29×41	1199	$(39 * 30) + 29$	$11 (19 + 3*30)$	11×109
40	1219	$(40 * 30) + 19$	$23 (23 + 1*30)$	23×53	1229	$(40 * 30) + 29$		
41	1249	$(41 * 30) + 19$			1259	$(41 * 30) + 29$		
42	1279	$(42 * 30) + 19$			1289	$(42 * 30) + 29$		
43	1309	$(43 * 30) + 19$	$7 (7 + 6*30)$ $17 (17 + 2*30)$ $11 (29 + 3*30)$	$7*11*17$	1319	$(43 * 30) + 29$		
44	1339	$(44 * 30) + 19$	$13 (13 + 3*30)$	13×103	1349	$(44 * 30) + 29$	$19 (11 + 2*30)$	19×71

יוסילה : זו העבודה שלך או של סבא?

ראשונית : אחד שחזרתי מסבא, ערכתי לי הטבלאות האלו. כמובן בהתאם להסברים של סבא!
בלחש: אני רוצה לדעת מה היו ההכנות שלך, לפני שתיגשי לסבא?

ראשונית : עשיתי ניסיונות זחילה. מפרט לפרט...

יש לדעת כי בכל קבוצת המספרים הזוגיים, אנו לא נמצא אפילו מספר 1 ראשוני. נמצא כי כל המספרים הראשוניים נמצאים בקבוצת המספרים האי-זוגיים. כלומר החל מ 1 בדילוג 2, 2, .. מלבד אותם האי-זוגיים שבדילוג 2, שייך דילוג 4 או דילוג 6. אלא שמצאתי כי בדילוג 8 אנו נתקלים במספרים מורכבים לא מבוטלים.

בדילוג 8 1, 9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 73, 81, 89, 97.

בדילוג 6 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, 73, 79, 85, 91, 97, 103.

בדילוג 4

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, 69, 73, 77, 81, 85, 89, 93, 97.

יש לפסול דילוג 8, כי יש בו הרבה חלונות, רבו המספרים המורכבים מהמספרים הראשוניים.

ונשאר לנו לברור בין דילוג 4 או דילוג 6. ובכל זאת החלונות בדילוג 4 רבו מאלו של דילוג 6.

ויש לעורר עוד פרט. כי בהכפלה ב 5 (1, 3, 5, 7, 9 חמשת האחדות) מקבלים כעין מחזור.

בדילוג 4 המחזור השב על עצמו (מעבר לאותן אחדות) 1, 21, 41, 61, 81, 101.

בדילוג 6 המחזור השב על עצמו (מעבר לאותן אחדות) 1, 31, 61, 91, 121.

בדילוג 8 המחזור השב על עצמו (מעבר לאותן אחדות) 1, 41, 81, 121, 161.

ואני ערכתי הלוח שבו מתקבצים כל המספרים הראשוניים.

בדילוג 6	103	97	91	85	79	73	67	61	55	49	43	37	31	25	19	13	7	1	בדילוג 6
בדילוג 6	101	95	89	83	77	71	65	59	53	47	41	35	29	23	17	11	5	1-	בדילוג 6

הנה לפנינו האפשרות, איפה שכל המספרים הראשוניים מתקבצים.

ואחר כך ערכתי אותו לוח בדילוג 4. וגם בו מתקבצים כל המספרים הראשוניים.

בדילוג 4	101	97	93	89	85	81	77	73	69	65	61	57	53	49	45	41	37	33	29	25	21	17	13	9	5	1	בדילוג 4
בדילוג 4	99	95	91	87	83	79	75	71	67	63	59	55	51	47	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7	3	1-	בדילוג 4

ולכך, הייתי צריכה לבחור בין דילוג 4 או דילוג 6?

יוסילה : אז סבא יעץ לך לבחור בדילוג 6!

ראשונית : נכון! סבא הסכים איתי אודות עניין כפלי ה 6 ... ואף מסר לי, כי כל המספרים

הראשוניים מחולקים לשמונה עמודות, כלומר לא תמצא שום מספר ראשוני בכל 30 העמודות

חוץ משמונה עמודות אלו, שבהם מתאספים כל המספרים הראשוניים.

כלומר מתוך 3 עמודות 1, 11, 21 נופלת עמודה אחת שאינה כוללת מספרים ראשוניים.

מתוך 3 עמודות 9, 19, 29 נופלת עמודה אחת שאינה כוללת מספרים ראשוניים.

מתוך 3 עמודות 3, 13, 23 נופלת עמודה אחת שאינה כוללת מספרים ראשוניים.

מתוך 3 עמודות 7, 17, 27 נופלת עמודה אחת שאינה כוללת מספרים ראשוניים.

ואלו הן: 01, 11, 21 ; 09, 19, 29 ; 03, 13, 23 ; 07, 17, 27.

העמודות 21, 09, 27 שאינן כוללות מספרים ראשוניים.

21	9	3	27
51	39	33	57
81	69	63	87
111	99	93	117

העמודות שנפסלו.

ובזה, אני מסרתי כל מה שיש לי ... אבל אם יש שאלות אני תמיד מוכנה לעזור.

יוסילה : רציתי לדעת ממה את מתרשמת, הכי יותר!

ראשונית באמת! מהלוח הזה

0	19			
1	49	$(1 * 30) + 19$	7×7	7^2
2	79	$(2 * 30) + 19$		
3	109	$(3 * 30) + 19$		
4	139	$(4 * 30) + 19$		
5	169	$(5 * 30) + 19$	13×13	13^2
6	199	$(6 * 30) + 19$		
7	229	$(7 * 30) + 19$		
8	259	$(8 * 30) + 19$	$7 (7 + 1*30)$	7×37
9	289	$(9 * 30) + 19$	17×17	17^2
10	319	$(10 * 30) + 19$	11×29	11×29
11	349	$(11 * 30) + 19$		
12	379	$(12 * 30) + 19$		
13	409	$(13 * 30) + 19$		
14	439	$(14 * 30) + 19$		
15	469	$(15 * 30) + 19$	$7 (7 + 2*30)$	7×67
16	499	$(16 * 30) + 19$		
17	529	$(17 * 30) + 19$	23×23	23^2
18	559	$(18 * 30) + 19$	$13 (13 + 1*30)$	13×43
19	589	$(19 * 30) + 19$	$19 (1 + 1*30)$	19×31
20	619	$(20 * 30) + 19$		
21	649	$(21 * 30) + 19$	$11 (29 + 1*30)$	11×59
22	679	$(22 * 30) + 19$	$7 (7 + 3*30)$	7×97
23	709	$(23 * 30) + 19$		
24	739	$(24 * 30) + 19$		
25	769	$(25 * 30) + 19$		
26	799	$(26 * 30) + 19$	$17 (17 + 1*30)$	17×47
27	829	$(27 * 30) + 19$		
28	859	$(28 * 30) + 19$		
29	889	$(29 * 30) + 19$	$7 (7 + 4*30)$	7×127
30	919	$(30 * 30) + 19$		
31	949	$(31 * 30) + 19$	$13 (13 + 2*30)$	13×73
32	979	$(32 * 30) + 19$	$11 (29 + 2*30)$	11×89
33	1009	$(33 * 30) + 19$		
34	1039	$(34 * 30) + 19$		
35	1069	$(35 * 30) + 19$		
36	1099	$(36 * 30) + 19$	$7 (7 + 5*30)$	7×157
37	1129	$(37 * 30) + 19$		
38	1159	$(38 * 30) + 19$	$19 (1 + 2*30)$	19×61
39	1189	$(39 * 30) + 19$	$29 (11 + 1*30)$	29×41
40	1219	$(40 * 30) + 19$	$23 (23 + 1*30)$	23×53
41	1249	$(41 * 30) + 19$		
42	1279	$(42 * 30) + 19$		
43	1309	$(43 * 30) + 19$	$7 (7 + 6*30)$ $17 (17 + 2*30)$ $11 (29 + 3*30)$	$7*11*17$
44	1339	$(44 * 30) + 19$	$13 (13 + 3*30)$	13×103

אנו יודעים כי סך הכל הם 8 ריבועים לשמונת העמודות.
 $29^2, 19^2, 11^2, 1^2, 23^2, 13^2, 17^2, 7^2$.

מלבד כי 4 ריבועים מופיעים בעמודה זו,
אנו מוצאים עוד מספרים מורכבים

שגם המכפיל וגם המספר המצטרף לקבוצת ה 30, זהים.
למשל,

$889 ; (29 * 30) + 19 ; 7 (7 + 4*30) ; 7 \times 127$

איך יוצא בדיוק

$7 (7 + 120)$

ואין כאן מקרה בודד,

אלא יש להסתכל בלוח לראות נוכחות תופעה זו.

ואנו מוצאים בלוח, כי תופעה זו מתחילה

משורה-1, ואחריה שורה-8, ואחריה שורה-15,
ואחריה שורה-22, ואחריה שורה-29, ...

*** כמובן בעמודה-1, בה אפשר למצוא

$29^2, 19^2, 11^2, 1^2$.

אני לא יודעת אם תבינו מפעם ראשונה, אבל זוהי הטבלה שבה מתפאר סבא.

01	11	19	29	13	23	07	17
(0) 1 x 1	(0) 1 x 11	(0) 1 x 19	(0) 1 x 29	(0) 1 x 13	(0) 1 x 23	(0) 1 x 7	(0) 1 x 17
11 x 11 (4)		11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
19 x 19 (12)	19 x 29 (18)						
29 x 29 (28)							
07 x 13 (3)	07 x 23 (5)	07 x 07 (1)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	07 x 29 (6)		
17 x 23 (13)	17 x 13 (7)	17 x 17 (9)		17 x 29 (16)	17 x 19 (10)		
		13 x 13 (5)	13 x 23 (9)			13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
		23 x 23 (17)				23 x 29 (22)	23 x 19 (14)

המספר בין סוגריים, הוא מספר השורה, למשל 7 x 17 (3) ; כלומר 119 נמצא בשורה-3 .

אני הערתי לסבא, בעת שהראה לי לוח זה. כי יש כאן 36 פעולות. האם זה שייך למספר 6?
היות כי $6^2 = 36$!!

יוסילה : ומה ענה לך, סבא?

ראשונית : סבא אמר "קטונתי"! הוא אינו מוסמך להעיד לאותה שייכות!

בלחשב : מעניין, שסבא יגיב תגובה כזו!

ראשונית : סבא אומר, לא לשקר על עצמנו, אין 8 העמודות הן עמודות המספר הראשוני. היות כי המספר הראשוני מופיע "חד-פעמי", וממנו והלאה המספר המורכב מהמספרים הראשוניים שכבר הופיעו. נמצא כי כדאי לעשות לנו לוח אלמנטרי למספרים המורכבים. והם אותם המספרים המורכבים מ 8 המספרים הראשוניים שבראשי 8 העמודות.

סבא נותן פרשנות **נוספת** ללוח זה.

למשל, הפעולה הזו. הנמצאת בעמודה-7 13 x 19 (8) הפרשנות של סבא,

כי אין זה המספר 13 (כמו שנראה לנו) אלא זוהי העמודה-13 הכופלת העמודה-19 .

19	13	07
19	13	07
49	43	37
79	73	67
109	103	97
139	133	127
169	163	157
199	193	187
229	223	217
259	253	247
289	283	277
319	313	307
349	343	337
379	373	367
409	403	397
439	433	427

אנחנו נבדוק : 199 כפול 313 ; האם התשובה תהיה קובץ של 30 בתוספת 7?

$$313 \times 199 = 62287$$

$$62287 - 7 = 62280$$

יש לצפות כי 62280 יתחלק ב 30.

וכן הוא

$$62280 \div 30 = 2076$$

מה שנכון! נכון! זה מתחלק ב 30.

כלומר בשורה 2076 בעמודה-7 אנו נמצא המספר 62287.

האם יש שאלות.

יוסילה : רק לדעת אם הבנתי, טוב!

07
11 x 17 (6)
13 x 19 (8)
23 x 29 (22)

שלושת הפעולות האלמנטריות הנמצאות בעמודה-7 מסמלות, כי כל מספר ראשוני המגיע מעמודה-17 הכופל מספר ראשוני הנמצא בעמודה-11, המספר המורכב (המכפלה) אמור להימצא בעמודה-7?

ראשונית : זו לא התגלית שלי! זה מה שסבא מסר לי. כי מלבד הפשטות של אותו הלוח, סבא מתפאר לפרשנות שגילה!

בלחשב : מה זה "הפשטות"?

ראשונית : 11 כפול 17 הנמצא בעמודה-7, גורם להימצאות 11 כפול 47 ; 11 כפול 77 ; 11 כפול 107 ; 11 כפול 137 ...

וכמובן גם 17 כפול 11 הנמצא בעמודה-7, גורם להימצאות 17 כפול 41 ; 17 כפול 71 ; 17 כפול 101 ; 17 כפול 131 ... ויתר ההשלכות מצירופים אלו, כל זה מופיע בעמודה-7.

אבל הפרשנות של סבא היא, אודות העמודות שמחוץ לעמודה-7 אשר מסתדרות לבנות המספר המורכב שלהם, דווקא בעמודה-7... סבא רואה בזה צעד של פרשנות מעל לשגרה.

בלחשב : תרשי לי גם אני לעשות בדיקה. הנה בעמודה-7 שייך ... 23 x 29 (22)

29	23	07
29	23	07
59	53	37
89	83	67
119	113	97
149	143	127
179	173	157
209	203	187
239	233	217
269	263	247
299	293	277
329	323	307
359	353	337
389	383	367
419	413	397

אני אבחר לי שני מספרים ראשוניים אלו
 359×263

$$263 \times 359 = 94417$$

$$94417 - 7 = 94410$$

מספר זה אמור להתחלק ב 30.

$$94410 \div 30 = 3147$$

נכון! הוא שייך לעמודה-7

כלומר בעמודה-7 בשורה-3147
אנו נמצא 94417.

ראשונית : אם כן יש להתעכב קצת ולתת הסברים אודות הלוח הזה.

01	11	19	29	13	23	07	17
(0) 1 x 1							
11 x 11 (4)		11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
19 x 19 (12)	19 x 29 (18)						
29 x 29 (28)							
07 x 13 (3)	07 x 23 (5)	07 x 07 (1)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	07 x 29 (6)		
17 x 23 (13)	17 x 13 (7)	17 x 17 (9)		17 x 29 (16)	17 x 19 (10)		
		13 x 13 (5)	13 x 23 (9)			13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
		23 x 23 (17)				23 x 29 (22)	23 x 19 (14)

המספר בין סוגריים, הוא מספר השורה, למשל 7 x 17 (3) ; כלומר 119 נמצא בשורה-3 .

אני אסביר בפרטות אחת העמודות, וכולי תקווה שההסבר יספיק להבנת הטבלה כולה. בשביל סבא, אלו הן ה "אלף-בית" או היסוד להתפתחות כל יתר המספרים המורכבים (ממספרים ראשוניים). יש רק למצוא נקודת המוצא בעזרת טבלה זו, ולאתר כל יתר המורכבים השייכים, הנמצאים ממנו ולמטה (עד האין סוף).

ואני חושבת שלא הבנתם מילה אחת מכל זה. אני אסביר את עצמי. בעמודה 23, אנו מוצאים שלושת המספרים המורכבים האלו.

23
11 x 13 (4)
07 x 29 (6)
17 x 19 (10)

נלך ללוח הגדול ונביא משם איזה מספר מהעמודה 23 .

803	11 (13+60)	11 x 73
-----	------------	---------

מספר זה נמצא בעמודה 23 בשורה 26. מאוחר יותר אנו נדע, מה אומר לנו מספר השורה. כעת לפנינו מספר ראשוני 73 הכופל מספר ראשוני 11. אבל בשביל סבא, 73 אינו אלא 13 עם תוספות. 13 ועוד פעמיים 30. אבל אינו אלא 13 הפוגש את 11 בשורות תחתונות בלוח. ועלינו לדעת כי בשורה-4 יש לנו 11 כפול 13 . ובשורה-(4+11) יש לנו 11 כפול 13+30 בשפה פשוטה יותר, בשורה-15 יש לנו 11 כפול 43. ובשורה-26 שהיא שורה-(4+11+11) יש לנו המספר 73 שהוא 13 + 30 + 30. כולנו מבינים מה ביאור התא הזה

23
11 x 13 (4)

עניינו כי תמיד, אנו נמצא במרחק 11 שורות משורה-4 שוב 11 בעינו כפול 13+30 (43). ואנו נמצא במרחק 11+11 שורות משורה-4 שוב 11 בעינו כפול 13+30+30 (73).

לשים לב כי 43 ו 73 הם עצמם מספרים ראשוניים.
 גישה-ב. אנו נמצא במרחק 13 שורות משורה-4 שוב 13 בעינו כפול $11+30$ (41). ואנו נמצא במרחק $13+13$ שורות משורה-4 שוב 13 בעינו כפול $11+30+30$ (71).

0	23			
4	143	$(4 * 30) + 23$	11×13	11×13
15	473	$(15 * 30) + 23$	$11 (13 + 1*30)$	11×43
17	533	$(17 * 30) + 23$	$13 (11 + 1*30)$	13×41
26	803	$(26 * 30) + 23$	$11 (13 + 2*30)$	11×73
30	923	$(30 * 30) + 23$	$13 (11 + 2*30)$	13×71
37	1133	$(37 * 30) + 23$	$11 (13 + 3*30)$	11×103
43	1313	$(43 * 30) + 23$	$13 (11 + 3*30)$	13×101

ושימו לב איך סבא הסביר לי עניין מספר השורות וגודל הדיקנות בעולם המספרים.
 ובהתאם לביאור הזה של סבא, כשחזרתי הביתה, ערכתי אותם הטבלאות שהראתי לכם.
 ולשים לב! שלא לטעות ולחשוב שכבר עלינו על הפסים. נכון כי 13 הוא ראשוני ; $13+30$ כלומר 43 הוא ראשוני ; $13+30+30$ כלומר 73 הוא ראשוני... אבל אין זו הדרך ליצור מספרים ראשוניים. כי בהגיע ל $13+30+30+30$ כלומר 133 כבר אינו מספר ראשוני.
 יוסילה : את בטוחה שעל לוח זה סבא אמר שזה לוח לתפארה?
 ראשונית : אבל כשירדתי לסוף דעתו, הבנתי שכוונתו על "כפל עמודה בעמודה". ולא על המצאות ההמשכיות בתוספת 30 כל כמה שורות.
 יוסילה : בכל זאת, יש ללמד מסבא : איך הוא התייחס ללוח של פסקל, בדק ובדק מה המה האפשרויות התמונות באותו לוח!
 בלחשב : אתה מתכוון יוסילה לבדוק האפשרויות "שבין השורות" (תרתי משמע) הנמצאות בלוח זה?

01	11	19	29	13	23	07	17
(0) 1 x 01	(0) 1 x 11	(0) 1 x 19	(0) 1 x 29	(0) 1 x 13	(0) 1 x 23	(0) 1 x 07	(0) 1 x 17
11 x 11 (4)		11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
19 x 19 (12)	19 x 29 (18)						
29 x 29 (28)							
07 x 13 (3)	07 x 23 (5)	07 x 07 (1)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	07 x 29 (6)		
17 x 23 (13)	17 x 13 (7)	17 x 17 (9)		17 x 29 (16)	17 x 19 (10)		
		13 x 13 (5)	13 x 23 (9)			13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
		23 x 23 (17)				23 x 29 (22)	23 x 19 (14)

יוסילה : כן! בדיוק כך! אני בטוח כי אנו נגלה דיוקים שזה לא כל כך מובן מאיליו!
 ראשונית : מה למשל?
 בלחשב : האם אתה רוצה שנציע לך מה שאנו חושבים, או שכבר יש לך מה להגיד?
 יוסילה : לא זה! ולא זה! אני רק מאמין שאנו נמצאים ב "תחנה" שאפשר לגלות בה דיוקים.
 לזכור הדיוקים של סבא, ומהם יתעוררו אצלנו הדיוקים המגוונים.
 ראשונית : סבא גילה שני דיוקים אודות 8 המספרים.

1- כי כל מספר הוא סמל לעמודה. 2- כי לכל מספר מאלו, יש המשלים אותו ל 30. יוסילה: בסדר! אכן אנו ניתן מספרים לעמודות, כמו שהן. כלומר, יכולנו להקדים עמודה על חברתה, אך כמות שהן מסודרות כך, אנו נעבוד בהם.

1	2	3	4	5	6	7	8
01	11	19	29	13	23	07	17
01 x 01 (0)	01 x 11 (0)	01 x 19 (0)	01 x 29 (0)	01 x 13 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)	01 x 17 (0)
11 x 11 (4)		11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
19 x 19 (12)	19 x 29 (18)						
29 x 29 (28)							
07 x 13 (3)	07 x 23 (5)	07 x 07 (1)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	07 x 29 (6)		
17 x 23 (13)	17 x 13 (7)	17 x 17 (9)		17 x 29 (16)	17 x 19 (10)		
		13 x 13 (5)	13 x 23 (9)			13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
		23 x 23 (17)				23 x 29 (22)	23 x 19 (14)

בלחשב: אני כבר גיליתי דיוק מסוים, ואני אלך בו עד הסוף. יוסילה: מה הדיוק?

בלחשב: כי אין מספר בכל העמודות האלו, שאין לו מספר באותה עמודה המשלים לו ל 30. למשל, 7 כפול 13 להשלים ל 7 להיות 30 צריך 23, והנה אנו מוצאים הפעולה שאחריה כוללת 23 כי היא 17 כפול 23 וכמובן כי 17 בא להשלים 30 עם ה 13 הנמצא עם ה 7. ואני אבדוק ואערוך העמודות אחת לאחת.

07 x 13 (3)
17 x 23 (13)

עמודה-1

01			סך 30	סך 30
(0) 1 x 01	1 x 01	29 x 29	1 + 29 = 30	1 + 29 = 30
11 x 11 (4)	11 x 11	19 x 19	11 + 19 = 30	11 + 19 = 30
19 x 19 (12)	07 x 13	17 x 23	07 + 23 = 30	13 + 17 = 30
29 x 29 (28)				
07 x 13 (3)				
17 x 23 (13)				

עמודה-3

19			סך 30	סך 30
(0) 1 x 19	1 x 19	11 x 29	1 + 29 = 30	11 + 19 = 30
11 x 29 (10)	07 x 07	23 x 23	07 + 23 = 30	07 + 23 = 30
07 x 07 (1)	17 x 17	13 x 13	17 + 13 = 30	17 + 13 = 30
17 x 17 (9)				
13 x 13 (5)				
23 x 23 (17)				

עמודה-2

11			סך 30	סך 30
(0) 1 x 11	1 x 11	19 x 29	1 + 29 = 30	11 + 19 = 30
19 x 29 (18)	07 x 23	17 x 13	07 + 23 = 30	17 + 13 = 30
07 x 23 (5)				
17 x 13 (7)				

עמודה-4

29			סך 30	סך 30
(0) 1 x 29	1 x 29	11 x 19	11 + 19 = 30	1 + 29 = 30
11 x 19 (6)	07 x 17	13 x 23	07 + 23 = 30	17 + 13 = 30
07 x 17 (3)				
13 x 23 (9)				

עמודה-5

13			סך 30	סך 30
(0) 1 x 13	1 x 13	17 x 29	1 + 29 = 30	13 + 17 = 30
11 x 23 (8)	11 x 23	07 x 19	11 + 19 = 30	23 + 07 = 30
07 x 19 (4)				
17 x 29 (16)				

עמודה-6

23			סך 30	סך 30
(0) 1 x 23	1 x 23	07 x 29	1 + 29 = 30	23 + 07 = 30
11 x 13 (4)	11 x 13	17 x 19	11 + 19 = 30	13 + 17 = 30
07 x 29 (6)				
17 x 19 (10)				

עמודה-7

07			סך 30	סך 30
(0) 1 x 07	1 x 07	23 x 29	1 + 29 = 30	07 + 23 = 30
11 x 17 (6)	11 x 17	13 x 19	11 + 19 = 30	17 + 13 = 30
13 x 19 (8)				
23 x 29 (22)				

עמודה-8

17			סך 30	סך 30
(0) 1 x 17	1 x 17	13 x 29	1 + 29 = 30	17 + 13 = 30
11 x 07 (2)	11 x 07	23 x 19	11 + 19 = 30	07 + 23 = 30
13 x 29 (12)				
23 x 19 (14)				

כעת, תוכלו להיווכח כי יש ערביות בין המספרים. אלו אינם פעולות כפל סתם!
הכל מכוון בהתאם למספרים הנמצאים באותה עמודה, ובהתאם למספרים הנמצאים ביתר העמודות.

יוסילה: גם אני גיליתי דיוק כעין זה, קצת שונה.
לכל שתי עמודות משלימות (ל 30) יש פעולה בכל אחת מהעמודות שבה מספר המשלים ל 30. בו ברגע שלשתי הפעולות יש מספר משותף.

13	17
11 x 23 (8)	11 x 07 (2)

המספר 07 והמספר 23 משלימים ל 30.
המספר 11, נמצא בשיתוף, בשתי הפעולות.

יש כאן, כל עמודה עם העמודה המשלימה לה. למשל, עמודה-19 עם עמודה-11 [30 = 11 + 19]

1	4	3	2	5	8	6	7
01	29	19	11	13	17	23	07
01 x 01 (0)	01 x 29 (0)	01 x 19 (0)	01 x 11 (0)	01 x 13 (0)	01 x 17 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)
29 x 29 (28)	01 x 29 (0)	11 x 29 (10)	19 x 29 (18)	11 x 23 (8)	11 x 07 (2)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)
11 x 11 (4)	11 x 19 (6)	07 x 07 (1)	07 x 23 (5)	07 x 19 (4)	23 x 19 (14)	17 x 19 (10)	13 x 19 (8)
19 x 19 (12)	11 x 19 (6)	23 x 23 (17)	07 x 23 (5)	17 x 29 (16)	13 x 29 (12)	07 x 29 (6)	23 x 29 (22)
07 x 13 (3)	07 x 17 (3)	17 x 17 (9)	17 x 13 (7)				
17 x 23 (13)	13 x 23 (9)	13 x 13 (5)	17 x 13 (7)				

הערה, אני רק עשיתי שינוי קל, להשוות שורה מעמודה זו, לשורה שבעמודה המשלימה.
בכל אלו, מספר משותף לשתי העמודות, ומספר משלים לעמודה אשר אתו.
למשל,

17 x 29 (16)	13 x 29 (12)
--------------	--------------

29 הוא משותף לשתי הפעולות.
13 ו 17 משלימים ל 30.

ראשונית: גם לי נראה הדיוק הברור לכולנו!

ועוד דיוק!

1	2	3	4	5	6	7	8
01	11	19	29	13	23	07	17
01 x 01 (0)	01 x 11 (0)	01 x 19 (0)	01 x 29 (0)	01 x 13 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)	01 x 17 (0)
11 x 11 (4)	19 x 29 (18)	11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
19 x 19 (12)	07 x 23 (5)	07 x 07 (1)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	07 x 29 (6)	13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
29 x 29 (28)	17 x 13 (7)	17 x 17 (9)	13 x 23 (9)	17 x 29 (16)	17 x 19 (10)	23 x 29 (22)	23 x 19 (14)
07 x 13 (3)		13 x 13 (5)					
17 x 23 (13)		23 x 23 (17)					

בעמודות 2, 4, 5, 6, 7, 8.

בכל עמודה, 4 פעולות. ובכל פעולה 2 מספרים שונים.

כלומר 8 מספרים שונים בכל עמודה מאלו.

ומה הם 8 המספרים?

01, 11, 19, 29, 13, 23, 07, 17.

אלא שמסודרים אחרת, לכל עמודה.

בלחשב: ומובן מאליו כי העמודות 1 ו 3 גם בהם קיימים אותם 8 מספרים, אלא ש... כלומר, בעמודה-1 אנו מוצאים 4 מספרים בצורה שונה, 01^2 עם 29^2 וכן 11^2 עם 19^2 .

במילים אחרות, אותם 8 מספרים. אלא ש...

$01^2, 11^2, 19^2, 29^2, 13, 23, 07, 17$.

ובעמודה-3 אנו מוצאים 4 מספרים בצורה שונה, 07^2 עם 23^2 וכן 17^2 עם 13^2 .

במילים אחרות, אותם 8 מספרים. אלא ש...

$01, 11, 19, 29, 13^2, 23^2, 07^2, 17^2$.

ראשונית: נכון מאוד. ואני שמחה על כל הדיוקים האלו. ואני מתארת אילו סבא היה יושב

אתנו, כעת, כמה היה נהנה לשמוע אלו הדיוקים שלכם!

יוסילה: עלה בידי עוד פרשנות!

בלחשב: אני חשבתי כי כבר אמרנו כל מה ששייך לומר!

ראשונית: תן לו להסביר, תמיד יש מקום לאיזה דיוק נוסף!

יוסילה: אני אתחיל בעמודה-8 וממנה ליתר העמודות. כי למותר לחזור על עצמי בכל פעם! אבל

לעשות וודאות שזה הדיוק מצוי בכולם.

בלחשב: הייתי מציע לך לכלול 7 העמודות האחרות, בכל פרט ופרט שאותו אתה מסביר.

יוסילה: הנה

8
17
01 x 17 (0)
11 x 07 (2)
13 x 29 (12)
23 x 19 (14)

אנו מבחינים! כלומר, ברור לנו כי 8 המספרים הם ארבע אחדות בשילוב שתי עשרות שונות.

והם 1, 3, 7, 9. למשל, 9 באחדות מוסיפים לו שתי עשרות שונות. 19 ו 29. אם כן יש לנו עסק

עם החלפת העשרות.

בעמודה-8 (וכן בכל יתר העמודות) מתחילים ב "כפול 1". ואם נשים לב, בכל העמודות מופיעים

אותם אחדות עם עשרות שונות, כפול 11. בכולם אותו דבר.

01 x 17 (0)
11 x 07 (2)

בלחשב: בזה אתה מאוד צודק!

01 x 01 (0)	01 x 11 (0)	01 x 19 (0)	01 x 29 (0)	01 x 13 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)	01 x 17 (0)
11 x 11 (4)	19 x 29 (18)	11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)

ראשונית: עד כאן רואים מקרוב מה שהיה גלוי לפנינו, מבלי משים לב! ומה הלאה!

יוסילה: כבר בשתי שורות ראשונות, פתחנו 4 מספרים, מהם 01 ו 11, ושתיים עם אחדות שוות.

בלחשב: כאן, הם 17 ו 07.

01 x 17 (0)
11 x 07 (2)

יוסילה: וכל שורה משתי השורות הראשונות מבקשת השלמת ה 30 למספרים שלה. כלומר

01 x 17 (0)
מבקש שיתאימו לו
29 x 13 (12)

כעת אם מסתכלים על העמודה-8, אין זו הסתכלות שגרתית, אלא יש לבדוק בהתאמה המצויה!

8	אני עשיתי קצת שינוי לשורות ⇒	8
17		17
01 x 17 (0)		01 x 17 (0)
11 x 07 (2)		13 x 29 (12)
13 x 29 (12)		11 x 07 (2)
23 x 19 (14)		23 x 19 (14)

וכן הוא בכל ששת העמודות (חוץ מעמודה 1 ו 3 שיש לנו הזכות, לחוות דעתנו).

11	29	13	23	07	17
01 x 11 (0)	01 x 29 (0)	01 x 13 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)	01 x 17 (0)
19 x 29 (18)	11 x 19 (6)	17 x 29 (16)	07 x 29 (6)	23 x 29 (22)	13 x 29 (12)
07 x 23 (5)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	11 x 13 (4)	13 x 19 (8)	11 x 07 (2)
17 x 13 (7)	13 x 23 (9)	11 x 23 (8)	17 x 19 (10)	11 x 17 (6)	23 x 19 (14)

ראשונית : אני מבינה שאתה מגלה לנו כוח ההכרחיות שבמספרים. אם מוכרח להתחיל ב 01, מוכרח גם להכניס לתמונה 11. ואם מוכרח להימצא 1 ו 11 זה מכריח להימצא 29 ו 19. וכמו שאלו מצאו ההתאמה שלהם להיות בסך 30, 30. כן המספרים השייכים לאותה עמודה, מקבלים אותו הכרח.

כעת לאור דברי יוסילה, אני הולכת לסדר המספרים קצת אחרת. ואז תגידו לי מה דעתכם על הלוח החדש?

11	29	13	23	07	17
01 x 11 (0)	01 x 29 (0)	01 x 13 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)	01 x 17 (0)
29 x 19 (18)	11 x 19 (6)	29 x 17 (16)	29 x 07 (6)	29 x 23 (22)	29 x 13 (12)
07 x 23 (5)	07 x 17 (3)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
17 x 13 (7)	23 x 13 (9)	19 x 07 (4)	19 x 17 (10)	19 x 13 (8)	19 x 23 (14)

אין דבר! הצלחתי במקצת. ונתקלתי בזה, כי שני הגורמים נמצאו בסך 30. בלחשב: בכל זאת זה מוכיח, כמה אנו מבינים מקרוב יותר, הפרטים שבלוח זה! רמיזה: גם אני מבחין באיזו תופעה, כשמסתכלים בלוח.

01	11	19	29	13	23	07	17
01 x 01 (0)	01 x 11 (0)	01 x 19 (0)	01 x 29 (0)	01 x 13 (0)	01 x 23 (0)	01 x 07 (0)	01 x 17 (0)
11 x 11 (4)		11 x 29 (10)	11 x 19 (6)	11 x 23 (8)	11 x 13 (4)	11 x 17 (6)	11 x 07 (2)
19 x 19 (12)	19 x 29 (18)						
29 x 29 (28)							
07 x 13 (3)	07 x 23 (5)	07 x 07 (1)	07 x 17 (3)	07 x 19 (4)	07 x 29 (6)		
17 x 23 (13)	17 x 13 (7)	17 x 17 (9)		17 x 29 (16)	17 x 19 (10)		
		13 x 13 (5)	13 x 23 (9)			13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
		23 x 23 (17)				23 x 29 (22)	23 x 19 (14)

בשתי העמודות 07 ו 17 אנו רואים שתי זוגות המתחלפות. אותו 13, פעם עם 19 ופעם עם 29. וכן בכמה זוגות תאים. אומנם לא הצלחתי להרחיק לכת בעמודות 01 ו 11 וכן 19 ו 29.

13 x 19 (8)	13 x 29 (12)
23 x 29 (22)	23 x 19 (14)

ראשונית : ולכן, אני חוזרת, יש מקום לקרוא ללוח זה לוח המספרים המורכבים. היות כי הוא התחלה, לכל המספרים המורכבים מאותם מספרים ראשוניים, שבאותם 8 העמודות. ואני רוצה שגם רמיזה יבין מה אני מסבירה. תגיד האמת! רמיזה! האם אתה מבין כל מה שכתוב בלוח זה?

החל מ 7×13 האלמנטארי הנמצא בשורה-3 $\Leftarrow 7 (13 + 00)$
 בעוד 7 שורות, בשורה-10 אנו נגיע ל $7 (13 + 30)$
 בעוד 7 שורות, בשורה-17 אנו נגיע ל $7 (13 + 60)$
 בעוד 7 שורות, בשורה-24 אנו נגיע ל $7 (13 + 90)$
 מאידך ...
 החל מ 7×13 האלמנטארי הנמצא בשורה-3 $\Leftarrow 13 (7 + 00)$
 בעוד 13 שורות, בשורה-16 אנו נגיע ל $13 (7 + 30)$
 בעוד 13 שורות, בשורה-29 אנו נגיע ל $13 (7 + 60)$
 בעוד 13 שורות, בשורה-42 אנו נגיע ל $13 (7 + 90)$

רמיזה : כן! אני כן מבין! כי שמעתי אותך, כאשר נתת הסבר לשורות שאינם מספרים ראשוניים. ראשונית : רמיזה, אם אשאל אותך ממה מורכב המספר הראשוני 41? האם תדע לענות? רמיזה : את אומרת כי 41 הוא מספר ראשוני, ואינו מורכב! אז מה את שואלת ממה מורכב? ראשונית : אבל באיזו שורה הוא נמצא, תסתכל בלוח! רמיזה : הוא נמצא בשורה 1. ראשונית : למה הוא נמצא בשורה 1? האם אתה יודע? רמיזה : לא יודע!

ראשונית : בשביל שהוא כולל, פעם 1 המספר 30. העמודה השייכת ל 11 בהוספת פעם אחת 30 מקבלים המספר הראשוני 41 $(41 = 30 + 11)$. אכן ביחס ל 41 הוא מורכב מ 11 + פעם אחת 30. ובאותה עמודה-11 בשורה-2, אנו נמצא המספר $71 = 60 + 11$. ובאותה עמודה-11 בשורה-3, אנו נמצא המספר $101 = 90 + 11$. (כלומר, מספר פעמים 30, שהתווספו ל 11).

האם זה ברור?
 שימו לב, מבלי להסתכל בלוח אנו נחשב מה יהיה המספר שבשורה-25 עמודה-11!
 בלחשב: אני יכול לחשב את זה! $25 \text{ כפול } 30 = 750$.. וכמובן, להוסיף לו 11, ובוודאי אנו נמצא המספר 761 בשורה-25!

761

יוסילה : אם כן, מכל מספר ראשוני כמה גדול שיהיה, אפשר לדעת באיזו שורה יחול?
 ראשונית : בוודאי! והניחוש שלך מתמקד בשתי עמודות, אם לא הצלחת בפעם ראשונה, בוודאי שתצליח בפעם השנייה. ואני אתן דוגמה.

839

זהו מספר ראשוני. התרגיל יהיה, למצוא העמודה והשורה של המספר הראשוני הזה?
 לאחדות 9, שייכות שתי עמודות, 19 ו 29, אנו נתחיל ב 19
 $839 - 19 = 820$ האם זה מתחלק ב 30? לא! אכן אין זה שייך ל 19 אלא ל 29 בוודאי. ברור?
 יוסילה : כן עד כאן אני מבין, המספר הראשוני היה אמור להיות $19 + \text{מספר פעמים } 30$. ואת זה אנו לא מוצאים במספר 839. אכן אינו שייך לעמודה של ה 19.
 ראשונית : טוב מאוד! ועכשיו נעבור (נבדוק) ל 29. $839 - 29 = 810$, לחלק ב 30 $27 = 810 / 30$
 אתה רמיזה, מה היא התשובה הנכונה?
 רמיזה : חלק א מהתשובה, כי הוא שייך לעמודה 29. חלק ב מהתשובה כי הוא נמצא בשורה 27.
 ראשונית : וכעת כולנו נסתכל בלוח בעמודה 29 ובשורה 27, ונתן מחמאות לרמיזה שמצא המשבצת הנכונה השייכת למספר 839.
 יוסילה : האם את יכולה לעשות לנו עוד תרגיל כזה?

ראשונית : תבחרו לכם מספר ראשוני מהלוח למעלה, ואני אפתח אותו..

בלחשב : אני בחרתי המספר 863 והוא מספר ראשוני.

ראשונית : לברר, אם הוא בעמודה 13 או $23 = 863 - 13 = 850 \dots 850 \div 30 = 28$ לא! לא הולך. אז הוא בוודאי שייך לעמודה 23. ולא נשאר אלא למצוא באיזו שורה?
 $863 - 23 = 840 \dots 840 \div 30 = 28$. כולנו נסתכל בלוח בעמודה-23 ונמצא כי המספר 863 נמצא בשורה 28.

בלחשב : אכן זהו כל הלימוד של סבא! כל מה שלמדת אצלו?

ראשונית : איפה!! יש עוד דברים!

יוסילה : כן! מה למשל?

ראשונית : אנו קראנו ללוח, לוח המורכבים! לא כן !!

עכשיו סבא שם כל התמקדותו על המספרים המורכבים שבלוח. ואיך להתייחס אליהם.

יוסילה : זה מעניין. גם למספרים המורכבים ניתן לגלות להם חוקים ודיוקים?

ראשונית : אני אשאל אתכם שאלה

01		#
511	7 (13+60)	17

המספר 511 הוא מספר מורכב, והוא נמצא בשורה 17, בעמודה 1.

אני אגיד לכם התשובה של סבא!

01			#
511	7 (13+60)	7 x 73	17

בשביל סבא 511 הוא 73 כפול 7, ו 73 עצמו בשביל סבא, אינו אלא 60 ועוד 13.

כלומר המספר 511 הנמצא בעמודה-01 אינו אלא כפל מספר מעמודה-07 במספר מעמודה-13!

אנו לא ראינו את העניינים מזווית זו, אבל סבא כן!

01
07 x 13 (3)
17 x 23 (13)

בלוח האלמנטרי, אנו מוצאים הפעולה 13 כפול 7 בעמודה-01. לזכור. בשביל סבא, אלו הם

העמודות 07 ו 13 הנפגשות בעמודה-01. ולזכור כי...

11	13	07
07 x 13 (3)	01 x 13 (0)	01 x 07 (0)

בלחשב : תראי כמה את הרחקת לכת? כאשר עוררת השאלה, "למה 511 בחר לו להימצא בשורה

17?" רציתי להודיע לך, כי אפילו רמיזה יכול לענות לך. כי $511 = 1 - 510 \dots 510 \div 30 = 17$.

ראשונית : כמו שאמרת בלחשב, אפילו רמיזה. כלומר תשובה זו נשאיר לילדים אבל לא לסבא.

אכן, גילוי האמת של סבא! מספר מורכב זה מיוסד על המספרים הראשוניים 7 ו 13. מסכימים

איתי?

רמיזה : אני מסכים!

יוסילה : זה בסדר, אנו שומעים מה יש לך להגיד.

ראשונית : באיזו שורה בעמודה 1 נמצאים 7 ו 13?

01		#
91	7 x 13	3
301	7 (13+30)	10
511	7 (13+60)	17

בעמודה 3! יש כמה גישות לעניין... בואו וניגש כך! השורה 17 פחות השורה 3 ואנו מקבלים 14.

מה זה 14? זה פעמיים 7. מדוע זה פעמיים 7? כי עברנו לפעמיים 30!

וכן נמצא אם נעבור לתרגיל אחר, ונגלה ביחד שיטת המרווחים בין השורות שגילה סבא.

19		#
289	17×17	9
799	$17 (17+30)$	26

מדוע 799 המספר המורכב, נמצא בשורה 26? התשובה, כי הוא שייך ל 17, אכן המרווח בין השורות צריך להיות 17 שורות. $26 - 9 = 17$. במילים אחרות לשורה 9 (הרמה האלמנטרית 17^2) מוסיפים לה 17 ומגיעים לשורה 26 שם המספר הראשון המורכב לאחר האלמנטרי, ושם יש המספר 30, פעם אחת. ואם נרחיק לכת בדרך זו ונוסיף עוד 17, נמצא עצמנו איפה בשורה $26 + 17 = 43$ עם פעמיים 30.

19		#
289	17×17	9
799	$17 (17+30)$	26
1309	$17 (17+60)$	43

יוסילה: תשובה פלאית! אבל עדיין לא כל כך מבינים.
ראשונית: אין בעיה! אני אסביר!

את זה אנו מכירים. זהו מהלוח האלמנטרי.

19
01×19 (0)
11×29 (10)
07×07 (1)
17×17 (9)
13×13 (5)
23×23 (17)

מתוך הפעולה הזו

17×17 (9)

וכבר ראינו הלוח הזה!

19		#
289	17×17	9
799	$17 (17+30)$	26
1309	$17 (17+60)$	43

בואו ונעבור לעוד תרגיל, מהאלמנטרי של 13.

13
01×13 (0)
11×23 (8)
07×19 (4)
17×29 (16)

לאן נוכל להגיע עם השורה הזו?

01×13 (0)

בלחשב: כמובן!

13		#
13	13×1	0
403	$13 (1+30)$	13
793	$13 (1+60)$	26

403 הוא מספר ראשוני! 793 אינו מספר ראשוני.

כאן יותר ברור. אנו נעסוק עם המספרים 13, 403, 793. המספר 13 הוא המספר הראשוני. והפעם הוא נמצא בשורה 0. נוסיף לשורות +13 ונגיע לשורה 13. ומה אפשר למצוא שם?

13	$13(1+30)$	403
----	------------	-----

פעם אחת 30, כלומר 13 בשורות, פעם אחת 30. ואם נגיע לשורה 26, מה יש לצפות? כמובן

26	$13(1+60)$	793
----	------------	-----

פעמיים 30 יש כאן! זה הכל. ואם רצוננו לדעת השורה של

?	$13(1+90)$	1183
---	------------	------

ראשונית: אני מבקשת מרמיזה להגיד לי באיזו שורה נמצא המספר 1183?

רמיזה: בשורה 3×13 זה מה שאני יכול!

ראשונית: בסדר גמור. לא צריך יותר!

הנה עסקנו במספרים המורכבים

#			13
0	13	13×1	13
13	13×31	$13(1+30)$	403
26	13×61	$13(1+60)$	793

ועכשיו תרגיל, מצא את ההבדלים...

#			01
3		7×13	91
10		$7(13+30)$	301
16		$13(7+30)$	481

מה ההבדל בין השורה 10 לשורה 16. כלומר לבאר איך 7×13 מתפתח?

יוסילה: אני חושב שאני יודע להשיב!

ראשונית: בבקשה, אנו שומעים אותך.

יוסילה: בשניהם יש 30 רק פעם אחת. אכן נצטרך להוסיף או 7 או 13 רק פעם אחת לשורה 3

שבה נמצאים 7×13 . עד כאן אני בסדר?

#			01
3		7×13	91
10	7×43	$7(13+30)$	301
16	13×37	$13(7+30)$	481

ראשונית: כן! אתה יכול להמשיך. רק להעיר כי בשביל סבא, הן 301 והן 481, הם מספרים

המורכבים מהעמודות 7 ו 13 שבאות להיפגש בעמודה-01.

יוסילה: עד כאן הגענו ל 13 כפול 37. אני שמת לי לב כי בעוד 37 שורות ($53 = 37 + 16$) אנו נעבור

מהפעולה 13 כפול 37, לפעולה 43 כפול 37.

#			01
3		7×13	91
10	7×43	$7(13+30)$	301
16	13×37	$13(7+30)$	481
53	43×37	$(13+30)(7+30)$	1591

ראשונית: את האמת, לא רציתי להרחיק לכת אתכם עד הפרטים האלו. אבל מה אעשה, אתם

הגעתם מעצמכם! כאשר שומרים על 37, ומוסיפים 30 ל 13 לקבל 43, חייבים לרדת מטה ב 37

שורות.

בלחש: אני חושב שהבנתי כל מה שאמר יוסילה. ואפילו מבין דעת סבא, כי מסתמא היה אומר

כי הן 37 והן 43 אינם אלא עמודה-7 עם עמודה-13 הקובעות מפגש בעמודה-01!

ראשונית: אם אתם כל כך חכמים,

ארצה לשמוע מכם ביאורים על קטע זה מהעמודה-07

07		#
07	7×1	0
217	$7 (1+30)$	7
427	$7 (1+60)$	14
637	$7 \times 7 \times 13$	21
847	$7 \times 11 \times 11$	28

יוסילה : אני יכול לענות בשתי מילים, אבל אני אפרט בפרטי פרטים.

07				#
07	7×1	7×1	7×1	0
217	$7 (1+30)$	7×31	7×31	7
427	$7 (1+60)$	7×61	7×61	14
637	$7 \times 7 \times 13$	49×13	7×91	21
847	$7 \times 11 \times 11$	77×11	7×121	28

בלחשב : רגע יוסילה! אני מעוניין לשמוע איך הייתה עונה בשתי מילים?

יוסילה : מה שנמצא בשורה-21. למה? כי כולל 21 פעמים 30.

ומה שנמצא בשורה-28. למה? כי כולל 28 פעמים 30. מי צריך לדעת יותר!

ראשונית : בבקשה יוסילה! תן ביאור ללוח המסודר הזה!

יוסילה : אני רוצה לחשוב כמו סבא! יש לבאר הדברים איך שנראים, אבל סבא היה מחפש לתלות הפרטים בלוח האלמנטרי.

49×13	7×91
77×11	7×121

אני מבין כי בלוח האלמנטרי, 7 כפול 91 או 121 אינו אלא

$$7 \times 01$$

אבל 13 כפול 49 ... הוא למעשה המשך ל 13 כפול 19

וכן 11 כפול 77 ... הוא למעשה המשך ל 11 כפול 17

אם תשאלו אותי מה הקשר בין

$$17 \times 11 \quad 7 \times 01$$

עלי להסתכל בעמודה-07 בלוח האלמנטרי, לגלות כי שתי הפעולות שייכות לעמודה-7.

07
01×07 (0)
11×17 (6)
13×19 (8)
23×29 (22)

פשוט! מתחלפים. איפה שהעמודות 01 ו 07 אמורות להיפגש (בעמודה-07), הגיעו למפגש העמודות 11 ו 17.

ואם תשאלו אותי מה הקשר בין

$$19 \times 13 \quad 17 \times 11 \quad 7 \times 01$$

אני אענה אותה תשובה

07
01×07 (0)
11×17 (6)
13×19 (8)
23×29 (22)

ראשונית : הבנו אותך . אבל אנו לא ציפינו תשובה בדרכו של סבא, אלא בבקשה, האם תוכל לענות לנו תשובה פשוטה יותר?
יוסילה : נשאר להבהיר כמה 30 יש במספרים.

07						#
427	7 (1+60)	7 x 61	7 (1 + 30)	7 x 61	7 (1 + 60)	14
637	7 x 7 x 13	49 x 13	13 (19 + 30)	7 x 91	7 (1 + 90)	21
847	7 x 11 x 11	77 x 11	11 (17 + 60)	7 x 121	7 (1 + 120)	28

וכמובן, לאחר 7 שורות (1057 = 151*7), לאחר 11 שורות (1177 = 107*11), לאחר 13 שורות (1027 = 79*13), [לאחר 17 שורות אנו נמצא המספר 1357 = 59*23. ולאחר 19 שורות אנו נמצא המספר 1207 = 71*17].
וכן אנו נמצא המשכיות לכל פעולה בהתאם לצורה המייחסים לה.
ראשונית : אני מעריכה הפרטים האחרונים שהוספת. זה מוכיח שאתה כבר מכיר החומר במילואו.

בלחש: האם אפשר, עוד תרגיל, ישירות מהטבלה של סבא?
ראשונית : בשמחה!

$$17 \times 19 \quad (10)$$

זה מה שיש בטבלה בעמודה-23. כלומר הפעולה השייכת למספר המורכב האלמנטרי, היא 17×19 והיא נמצאת בשורה-10.
ויש לצפות כי בשורה $17 = 10 + 7$, אנו נמצא המספר המורכב משני מספרים.
 $17 (30 + 19) = 49 \times 17 = 833$ (49 אינו ראשוני)
וכן יש לצפות בשורה $19 = 10 + 9$ נמצא המספר המורכב משני מספרים.
 $19 (30 + 17) = 47 \times 19 = 893$.. בואו ונסתכל עליהם בלוח!

23		#
323	17 x 19	10
833	7 x 7 x 17	27
893	47 x 19	29

ברור לנו כי הקטע בשורה 27 .. $49 = 7 \times 7$.. $(19 + 30)$
ברור לנו כי בשורה 29 .. $47 \times 19 = (17 + 30) 19$
אלא שאפשר להגיש זה, ככה...

23				#
323	17 x 19	17 x 19	17 x 19	10
833	7 x 7 x 17	49 x 17	7 x 119	27
893	47 x 19	47 x 19	47 x 19	29

מובן מאליו, שאפשר להוסיף עמודת ה 30!

23					#
323	17 x 19	17 x 19		17 x 19	10
833	7 x 7 x 17	49 x 17	17 (19 + 30)	7 x 119	7 (29 + 90)
893	47 x 19	47 x 19		47 x 19	29

נמצא מאותה שורה, השורה-27,
אפשר לדלג 17 שורות, ולהגיע למספר 17 (60 + 19)
ואפשר לדלג 7 שורות, ולהגיע למספר 7 (90 + 29)
זהו, כל המסר!