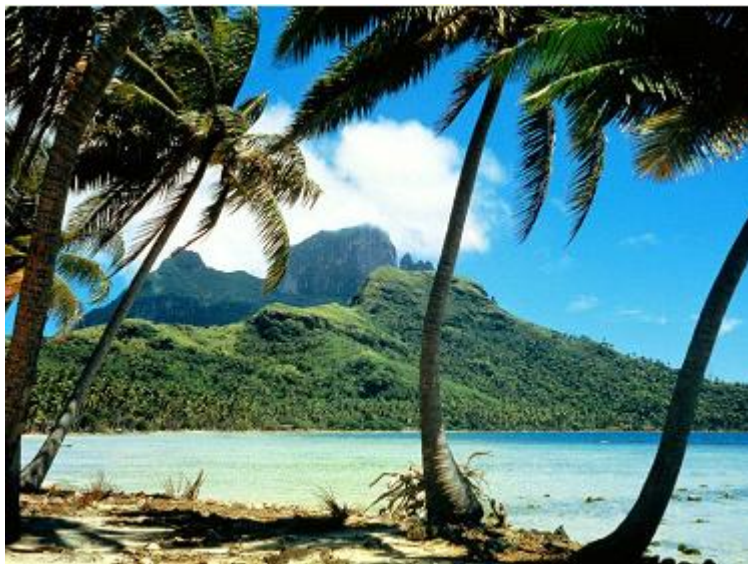


קוראים לו

יוסילה מתמטיקה.

ברוכים הבאים לעולם
"החשבון לא חשבון"

לפנינו ספור אודות נער שמצא עצמו על אי בודד. ובסופו של דבר
גילה כי בקצה האי ההיא קיימת איזה עיירה, אלא שאנשיה
קצת מוזרים.
ושם פגש במשפחה שאכסנה אותו להיות כאחד מהם.



אנו נהיה עדים לכל מה שעבר עליו בעיר ההיא.
ונראה מקרוב הפלאי-פלאים שבחשבון ללא חשבון
שנתגלו לו בחיותו ביניהם.



הקדמה אודות "החשבון ללא חשבון"

כשאומרים "חשבון ללא חשבון" אין הכוונה שאין כאן חשבון כלל, אלא המדובר אודות פעולת חשבון כה זעירה עד שילד קטן יכול לתת תשובה לפעולת חשבון כזו. ניקח למשל לוח הכפל של "99" ונראה ביחד כמה זמן ומאמצים אתה צריך להשקיע?

$$\text{למשל: } 4356 \div 99 = ?$$

בבקשה תיגש למהלכי ה"חשבון" שאתה מכיר ורגיל! ...
סיימת?

האתגר שבדף זה:

לחת לילד קטן לפתור לנו הפעולה " $4356 \div 99 = ?$ "

⬅ תוך שניה אחת, בבקשה!

וכעת, בא ונפתור אותו תרגיל "בחשבון ללא חשבון"

אני מסתכל על המספר "4356"

כן מסתכל כך! "4356"

וכל מה שיש לעשות הוא להוסיף "ועוד אחד"

אני חושב, כי אפילו ילד קטן יכול לפתור לנו תרגיל מסובך זה.

$$4356 \div 99 = 44$$

פרק ז'

יוסילה מטייל בעיר!

יוסילה הרגיש את עצמו שרוצה להסתובב לבדו בעיר ולהכיר איך בני האדם חיים את חייהם היום יומיים? ... בהיותו בדרך ניגש אליו נער בשם יוסף...

יוסף: לי קוראים יוסף, ראיתי אותך מספר פעמים מסתובב עם בלחשב. התעניינתי אודותיך והודיעו לי שאתה הגעת לכאן מהעולם הגדול. האבא שלי גם הוא מהעולם הגדול... זה היה מזמן, הוא הגיע לכאן לאיזו משימה ונשאר כאן. אבל אני נולדתי כאן באי הזו. וכמו כולם גם לי יש פולחן משלי... אשמח להראות לך אותו.

יוסילה: איזה מין פולחן? במה אתה עוסק?

יוסף: שיטה מוזרה לפתח הכפל והריבוע... בתחילה ניסיתי שיטה זו על הריבועים והצלחתי בקלי קלות... וכשהתחלתי לפעול עם הכפלים אז הבנתי שצריך להיות ערני לדיוקים מסוימים... בוא איתי, אני לא גר רחוק. אני אראה לך את כל זה מקרוב.

יוסילה: אתה לבד שהגעתה לשיטה זו, או שהיה מי שעזר לך...

יוסף: תאמין לי... אני לבד. אני אסביר לך את זה, זה לא קשה! ובאותה הזדמנות תעשה היכרות עם אבא.

יוסילה: האם יש לך אחים ואחיות?

יוסף: לא! אני חי לבד עם אבא... אימי נפטרה, ואני הוא שקם במילוי צורכי הבית. הנה כבר הגענו, תיכנס! ברוך הבא!

יוסילה: ואתה חושב שתצליח לבאר לי כל הפולחן שלך, בכמה דקות?

יוסף: באמת, יש הרבה חומר... היום אנו נראה הריבועים... ובשבוע הבא תבוא אותי שוב, ואז אסביר לך אודות הכפלים.

יוסילה: בבקשה, אני שומע! איך אתה מוצא הריבוע בשיטה שלך?

יוסף: בהתחלה אנו נראה את הריבועים האלו:

$$11^2, 22^2, 33^2, 44^2, 55^2, 66^2, 77^2, 88^2, 99^2.$$

אלו מאוד פשוטים יחסית.

יוסילה: האם אתה בטוח כי השיטה שלך שונה מהשיטה שראינו בבית ספר?

יוסף: אני מבין על מה אתה מתכוון, עתה תיווכח בהבדל.

ויוסף מתחיל להסביר כל מספר משתי ספרות, כל מה שעליך לעשות למצוא הריבוע לכל ספרה בפני עצמה.

ולאחר מכן תחבר האחדות לבד, והעשרות לבד. זהו! אנו נתחיל ב 33^2 ...

יש כאן שני 9 ושני 0 ←					
3	3	0	9	0	9
33^2		↘		✓	
		1	8		חיבור האחדות שני ה 9
	↘		✓		
		0			חיבור העשרות שני ה 0
	1	0	8	9	חיבור העמודות.

היות כי $3^2 = 09$ אכן אנו צריכים כאן 4 תאים (כלומר 4 עמודות)

אחדות ועשרות ושוב אחדות ועשרות. ובשורה הבאה לחבר שתי האחדות, ובשורה שאחריה לחבר שתי העשרות. האם זה כל כך קשה?

יוסילה: באמת זו שיטה חמודה ופשוטה.

יוסף: נחזור לזה, אך קודם כל רצוני לעשות איתך חזרה קטנה, על חומר ידוע, וזה בתור הקדמה. אתה מכיר איך כופלים $43 \times 96 = ?$

$$\begin{array}{r}
 43 \\
 \times 96 \\
 \hline
 258 \\
 387 \\
 \hline
 4128
 \end{array}$$

לא כך למדת בבית ספר?
יוסילה: כן!

יוסף: ועוד מה שכבר ידוע הם ארבעת הפעולות.

$ \begin{array}{r} 43 \\ \times 96 \\ \hline 258 \\ 387 \\ \hline 4128 \end{array} $	$18 = 3 \times 6$ אחדות באחדות. $25 \leftarrow 24 = 4 \times 6$ ואחדות בעשרות עם היתרה. $27 = 3 \times 9$ (ואחר כך) עשרות באחדות. $38 \leftarrow 36 = 4 \times 9$ ועשרות בעשרות עם היתרה.
--	--

יוסילה: עד כאן, הדברים ידועים וברורים. ממש לפי שיטת הבית ספר.
יוסף: ואפשר שאתה כבר יודע כי יש דרך "ימין ושמאל ולמטה באמצע" כלומר...

$ \begin{array}{r} 43 \\ \times 96 \\ \hline 36 \mid 18 \\ 24 \\ \hline 27 \\ \hline 4128 \end{array} $	$18 = 3 \times 6$ מימין אחדות באחדות. $36 = 4 \times 9$ משמאל עשרות בעשרות. $24 = 4 \times 6$ באמצע אחדות בעשרות. $27 = 3 \times 9$ באמצע עשרות באחדות.
---	--

יוסילה: גם זה לא מוזר בשבילי... הם עצמם, אותם ארבעת הפעולות בגישה שונה.

יוסף: על דרך זו אני אמצא 33^2 ... בארבעת הפעולות.

3	3	0	9	0	9
33^2			0	9	
			0	9	
		1	0	8	9

באמצע עושים חיבור $9 + 9$ ולידו עושים חיבור $0 + 0$... וזה מה שעשיתי לי!

3	3	0	9	0	9
33 ²			1	8	
			0		
		1	0	8	9

3	3	0	9	0	9
33 ²			0	9	
			0	9	
		1	0	8	9

יוסף: רק רציתי שתוכל לוודא, כי השיטה שלי, בהתאם לשיטה האפשרית.

$$18 = 9 + 9 \text{ ואותו } 18 \text{ צריך להיות במקום הנכון.}$$

(למזכרת: ה-18 אינו אלא 180 אבל אנו לא מתחשבים בפרטים, העיקר להתאים בתאים המתאימים)

אם זה 180, נמצא כי ה-8 הוא שייך לעשרות, אכן לרשום אותו בעמודת העשרות. ולרשום ה-1 שלשמאלו בתא שלשמאלו. ומובן מאליו איך היה חיבור שני האפסים.

וכעת נעבור לתרגיל אחר... 77² ואני בטוח שכבר לא תצטרך להסברים.

יוסילה: היא שיטה מוזרה קצת, אך מעניינת.

יוסף: תסתכל בלוח, יש לנו אותו חיבור של $18 = 9 + 9$

7	7	4	9	4	9
77 ²			↘		↙
			1	8	
		↘		↙	
			8		
		5	9	2	9

היות כי 3 ו-7 הם מספרים משלימים ל-10, אכן הגענו ל $18 = 9 + 9$ בשני המקרים. אני מתכוון 33² ו-77² לשניהם עושים 9 + 9 סך אחדות. ולאחר התאמת המספרים בתאים השייכים. יש לחבר העמודות.

יוסילה: ברור, מובן וגם פשוט!

יוסף: וכעת שאתה מבין איך זה הולך, תסתכל ב-88² ללא השימוש בחיצים להדרכה.

8	8	6	4	6	4
88 ²				8	
		1	2		
		7	7	4	4

אתה רואה איך ואיפה נכתבו ה-12?

בשיטה המקבילה

8	8	6	4	6	4
88 ²			6	4	0
			6	4	0
		7	7	4	4

כאן, לשם הסבר.

כאן יש חיבור $1280 = 640 + 640$ שהוא אותו דבר, כמובן.

עוד תרגיל ... 55^2

5	5	2	5	2	5
55^2			1	0	
			4		
		3	0	2	5

ועכשיו אנו נראה כל אלו כאחד. $99^2, 88^2, 77^2, 66^2, 55^2, 44^2, 33^2, 22^2, 11^2$.

לראות איזה שוויון יש בין המשלימים.

1	1	0	1	0	1
11^2				2	
			0		
			1	2	1

9	9	8	1	8	1
99^2				2	
		1	6		
		9	8	0	1

2	2	0	4	0	4
22^2				8	
			0		
			4	8	4

8	8	6	4	6	4
88^2				8	
		1	2		
		7	7	4	4

3	3	0	9	0	9
33^2			1	8	
			0		
		1	0	8	9

7	7	4	9	4	9
77^2			1	8	
		0	8		
		5	9	2	9

4	4	1	6	1	6
44 ²			1	2	
			2		
		1	9	3	6

6	6	3	6	3	6
66 ²			1	2	
			6		
		4	3	5	6

יוסילה : כמה שזה פשוט ! האם כך זה לכל הריבועים?
 יוסף : אנו נצעוד צעד צעד. כעת נעבור ל 23^2 ו 32^2

2	3	0	4	0	9	
23 ²			1	2		-1
			0			
			5	2	9	

בצד רשמנו -1 שהוא ההבדל בין $3 - 2 = 1$

3	2	0	9	0	4	
32 ²			1	2		-1
			0			
		1	0	2	4	

האם אתה שם לב ל $4 + 9 - 1$ בשני המקרים?
 האם אתה שם לב, כי אותו 12 בשורה ב' , ואותו 0 בשורה ג', לשני המקרים?
 וגם לא לשכוח כי ב 23 או ב 32 ההבדל בין הספרות $1 = 3 - 2$
 ** הבדל ב 1, עניינו -1 .

בוא ונראה עוד תרגיל... 78^2 או 87^2

7	8	4	9	6	4	
78 ²			1	2		-1
		1	0			
		6	0	8	4	

8	7	6	4	4	9	
87 ²		1	2			-1
	1	0				
		7	5	6	9	

האם אתה שם לב, אותו 12 שבשורה ב' לשני המקרים?

האם אתה שם לב, אותו 10 שבשורה ג' לשני המקרים?

יוסילה: אכן זוהי הדרך! אם יש ספרה גדולה מהשניה, מחסרים ההבדל?

יוסף: דווקא לא! זו לא הדרך... אתה רימתה!

אם תסתכל על 87² או על 78² אתה אמור להבחין שצריך לעשות פחות 1² ולא סתם פחות 1.
לפי זה 57² ו 75² יהיה לנו צורך לעשות פחות 2².

5	7	2	5	4	9	
57 ²		1	0			- 2 ²
		6				
		3	2	4	9	

אתה רואה עשינו פחות 4. אותו 9 לפני שנחבר אותו ל 5 חסרנו ממנו 4 ועשינו רק 5 + 5.

7	5	4	9	2	5	
75 ²		1	0			- 2 ²
		6				
		5	6	2	5	

אתה מבין, לא מוכרח לעשות 9 + 5 = 14 ולאחר מכן לחסר 4... לא מוכרח!

מתוך ה 5 מחסרים 4. ואומרים 9 + 1 = 10. וכעת, האם אתה מוכן לצעוד צעד מתקדם?

יוסילה: יש כאן צעדים מתקדמים?

יוסף: תראה! 59² האין אתה רואה שזה כבד קצת להעביר אותו כראשוניים?

5	9	2	5	8	1		
59 ²			0			- 6	- 4 ²
		9				- 1	
		3	4	8	1		

כאן מוטב לעשות חיסור האחדות (6-) בשורה ב' וחסור העשרות (1-) בשורה ג'.
אותו דבר עבור $95^2 \dots$

9	5	8	1	2	5		
95^2				0		- 6	$- 4^2$
			9			- 1	
		9	0	2	5		

וכן אנו נפעל עם פחות $8^2, 7^2, 6^2, 5^2 \dots$.
 " פחות 5^2 כלומר פחות 25 אמור להיות: $5 - 20$ "
 " פחות 6^2 כלומר פחות 36 אמור להיות: $6 - 30$ "
 " פחות 7^2 כלומר פחות 49 אמור להיות: $9 - 40$ "
 " פחות 8^2 כלומר פחות 64 אמור להיות: $4 - 60$ "
 יוסילה: הבנתי... אכן כך הוא הטיפול ...
 יוסף: שים לב לזה

הבדל 0: $11^2, 22^2, 33^2, 44^2, 55^2, 66^2, 77^2, 88^2, 99^2$.	$0^2 -$	ובמקביל $12^2, 23^2, \dots$
הבדל 1: $21^2, 32^2, 43^2, 54^2, 65^2, 76^2, 87^2, 98^2$.	$1^2 -$	ובמקביל $13^2, 24^2, \dots$
הבדל 2: $31^2, 42^2, 53^2, 64^2, 75^2, 86^2, 97^2$.	$2^2 -$	ובמקביל $14^2, 25^2, \dots$
הבדל 3: $41^2, 52^2, 63^2, 74^2, 85^2, 96^2$.	$3^2 -$	ובמקביל $15^2, 26^2, \dots$
הבדל 4: $51^2, 62^2, 73^2, 84^2, 95^2$.	$4^2 -$	ובמקביל $16^2, 27^2, \dots$
הבדל 5: $61^2, 72^2, 83^2, 94^2$.	$5^2 -$	ובמקביל $17^2, 28^2, \dots$
הבדל 6: $71^2, 82^2, 93^2$.	$6^2 -$	ובמקביל $18^2, 29^2$
הבדל 7: $81^2, 92^2$.	$7^2 -$	ובמקביל 19^2
הבדל 8: 91^2 .	$8^2 -$	

וזה כל מה שיש בעולם הריבועים.

-0^2	-1^2	-2^2	-3^2	-4^2	-5^2	-6^2	-7^2	-8^2
11^2	12^2 א 21^2	13^2 א 31^2	14^2 א 41^2	15^2 א 51^2	16^2 א 61^2	17^2 א 71^2	18^2 א 81^2	19^2 א 91^2
22^2	23^2 א 32^2	24^2 א 42^2	25^2 א 52^2	26^2 א 62^2	27^2 א 72^2	28^2 א 82^2	29^2 א 92^2	
33^2	34^2 א 43^2	35^2 א 53^2	36^2 א 63^2	37^2 א 73^2	38^2 א 83^2	39^2 א 93^2		
44^2	45^2 א 54^2	46^2 א 64^2	47^2 א 74^2	48^2 א 84^2	49^2 א 94^2			
55^2	56^2 א 65^2	57^2 א 75^2	58^2 א 85^2	59^2 א 95^2				
66^2	67^2 א 76^2	68^2 א 86^2	69^2 א 96^2					
77^2	78^2 א 87^2	79^2 א 97^2						
88^2	89^2 א 98^2							
99^2								

אני מניח שקל לך להבין לוח זה!
 למשל, 84^2 או 48^2 , נצטרך להפחית 4^2 , כלומר פחות 16
 כלומר פחות 6 בעמודה-ב, ופחות 1 בעמודה-ג.

יוסילה : האם תמו ההפתעות? אין עוד שלב מתקדם?
 יוסף : רגע ! יש עוד פרט !

9	6	8	1	3	6		
96 ²				?		- 9	- 3 ²
		1	1				

איך תתמודד עם זה?

יוסילה : כן ! איך אתה פתרת את הבעיה הזו?

יוסף : יש כמה גישות... בוא ונראה גישה זו. אני צריך לחסר 9 ואין לי אלא 7 לחסר בשורה זו.
 אכן אתה 2 אני אחסר בשורה הבאה.

9	6	8	1	3	6		
96 ²				0		- 7	- 3 ²
		1	0	8		- 2	
		9	2	1	6		

3 + 8 אמור להיות 11 אלא שאפשר לראות אותו 110 ומזה אפשר לחסר 2 (מהאחדות שלו), ואנו נשאר עם 108.

ועוד אפשרות :

9	6	8	1	3	6		
96 ²				7			
		1	0	1		- 9	- 3 ²
		9	2	1	6		

אם כבר הגעתי ל 110 אפשר לחסר מהם כל ה 9.

יוסילה : אתה יודע, לי נראה שזו הדרך יכולה לפעול בכל המקרים.

ב 57² עלינו לחסר 2², לא כן? אכן אולי יותר כדאי לחסר 4 מהשורה ג. 6 יראה כ 60 ואז 56.

5	7	2	5	4	9		
57 ²			1	4		- 2 ²	
			5	6		- 4	
		3	2	4	9		

יוסף : אתה צודק, זו אפשרות... אלא שבחרתי לעבוד אחדות עם אחדות, ועשרות עם עשרות.
ואם צריך אתה יכול לעשות כך

9	5	8	1	2	5		
95 ²				0		- 6	- 4 ²
			9			- 1	
		9	0	2	5		

או כך אם תרצה ! (רק, כי לי נראה לחסר 16 זה די כבד מאשר לחסר 1 לבד ו 6 לבד)

9	5	8	1	2	5		
95 ²				6			
			8	4		- 16	
		9	0	2	5		

ולהתראות בשבוע הבא, לראות הכפל כמו 95 x 45 או 93 x 74 או ...
אני מתנצל על שאבא לא הגיע, כנראה שהיו לו טרדות... אני אספר לו עליך, ומבטיח לך כי
הפעם הבאה לכשתבוא לבקר תמצא אותנו בבית.
לעת עתה אני רוצה להודיע לך כי לאבא יש קשאים להשתלב בחברה הזו... בשבילו כל מעשיהם
מוזרים ואינו יכול לרדת לסוף דעתם... אם מדברים איתו על איזה פולחן מתמטי ... הוא לא
רואה בזה שום תועלת... הוא פשוט שואל מי צריך את כל זה... יכולים לחיות גם בלי.
אני אומר לך את זה מעכשיו שלא תחשוב שכל מי שמגיע מהעולם הגדול, הוא כמוד, מתלהט על
הפלאים שבפולחנים שלנו!
יוסילה : טוב! אני אקח בחשבון כשאדבר עם האבא שלך! להיום שלום, ולהיתראות.

ויסילה עזב את חברו החדש יוסף מלא סיפוק ...
