

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גווניו.
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.
 אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה
 חלק א'
 פתיחת הצניין,
 ומאנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.
 כי חלק א'
 צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מהתחלה.
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1	1						
			1	2	1						
		1	3	3	1						
	1	4	6	4	1						
	1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1					

$$4 + 6 = 10$$

המשולש של פסקל.

חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

					1						
				1		1					
			1				1				
		1						1			
	1								1		
1										1	

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)
ולכתוב הסך למטה באמצע.

					1						
				1		1					
				↘		↙					
			1		2		1				
			↘		↙	↘		↙			
		1		3		3		1			
		↘		↙	↘		↙	↘		↙	
	1		4		6		4		1		
	↘		↙	↘		↙	↘		↙		
1		5		10		10		5		1	

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

					1						
				1		1					
			1		2		1				
		1		3		3		1			
	1		4		6		4		1		
1		5		10		10		5		1	
1	6		15		20		15		6		1

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
			1		4		6		4		1	
		1		5		10		10		5		1
	1		6		15		20		15		6	
	1		6		15		20		15		6	

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4,
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין) $10 = 6 + 4$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

אנו ניעזר באותיות.

C לעמודה, **L** לשורה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

הסימטריות

								1								
							1		1							
						1		2		1						
					1		3		3		1					
				1		4		6		4		1				
			1		5		10		10		5		1			
		1		6		15		20		15		6		1		
	1		7		21		35		35		21		7		1	
1		8		28		56		70		56		28		8		1

אנו גם יכולים להבחין, המספרים באדום!
מוצאים הסימטריות שבלוח הקודם.

פרשנות שנית שראינו בכיתה.
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^1 = 1a^1 + 1b^1$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

וכעת ניתן לנו להבחין! אמת יש בזה מה שיש בזה!

1	1					$1a^1 + 1b^1$
1	2	1				$1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$
1	3	3	1			$1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$
1	4	6	4	1		$1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$
1	5	10	10	5	1	$1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$

לאמתו של דבר, אין מן הנכון לכתוב "1" בצמוד לאותיות (כי מובן מאליה), אלא נכתב כאן רק לעורר תשומת הלב!

והנה המשולש של פסקל, במלא הדרו.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	הסך
$(a + b)^1 \rightarrow$	1	1									2
$(a + b)^2 \rightarrow$	1	2	1								4
$(a + b)^3 \rightarrow$	1	3	3	1							8
$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1						16
$(a + b)^5 \rightarrow$	1	5	10	10	5	1					32
$(a + b)^6 \rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1				64
$(a + b)^7 \rightarrow$	1	7	21	35	35	21	7	1			128
$(a + b)^8 \rightarrow$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		256
$(a + b)^9 \rightarrow$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	512

ניקח לדוגמה, השורה מס' 4.

$(a + b)^4 \rightarrow$	1	4	6	4	1
-------------------------	---	---	---	---	---

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

המשולש של פסקל.

החלק שלרשותנו, היום.

את זה, כבר ראינו
באותן המספרים, אנו נעבור מהריבוע אל המספר "בחזקת 3".

משמאל לימין.

1						1						1							
1	1					1	1					1	1						
1	2	1				1	2	1				1	2	1					
1	3	3	1			1	3	3	1			1	3	3	1				
1	4	6	4	1		1	4 ²	6	4	1		1	4 ³	6 ²	4	1			
1	5	10	10	5	1	1	5	10	10	5	1	1	5	10 ²	10	5	1		
$10 + 6 = 4$						$10 + 6 = 16 = 4^2$						$10^2 - 6^2 = 64 = 4^3$							

סיכום,

יחס עמודה-1 לעמודה-2.

C ₁		C ₂
1	$1^3 = 1$	1
2	$2^3 = 3^2 - 1^2$	3
3	$3^3 = 6^2 - 3^2$	6
4	$4^3 = 10^2 - 6^2$	10
5	$5^3 = 15^2 - 10^2$	15
6	$6^3 = 21^2 - 15^2$	21
7	$7^3 = 28^2 - 21^2$	28
8	$8^3 = 36^2 - 28^2$	36
9	$9^3 = 45^2 - 36^2$	45
10	$10^3 = 55^2 - 45^2$	55

לכל מספר בעמודה-1,

למצוא המספר בחזקת-3,

אך ורק בהבדל התאים שבעמודה-2

הידעתם כי לכל משולש-תאחם, יש תא בחזקת 3 לאותו מספר? (בעמודה-5)

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	כלומר, יש תא בעמודה-5 השווה $5^3 = 125$. איך? $126 - 1 = 125 = 5^3$
L ₂	1	2	1					
L ₃	1	3	3	1				
L ₄	1	4	6	4	1			
L ₅	1	5	10	10	5	1		
L ₆	1	6	15	20	15	6	1	
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	

וכמו כן במשולש-תאים למספר הראשוני 7! (בעמודה-7)

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₄	1	4	6	4	1				
L ₅	1	5	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1257

אם נחסר 1 מהמספר 1716, אנו נקבל מספר המתחלק ב 7^3 (= מספר שלם).

$$1716 - 1 = 1715 = 5 * 7^3$$

וכמו כן במשולש-תאים של המספר הראשוני 11! (בעמודה-11)

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁
L ₀	1											
L ₁	1	1										
L ₂	1	2	1									
L ₃	1	3	3	1								
L ₄	1	4	6	4	1							
L ₅	1	5	10	10	5	1						
L ₆	1	6	15	20	15	6	1					
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1				
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1			
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376
L ₁₈	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824
L ₁₉	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582
L ₂₀	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960
L ₂₁	1	21	210	1330	5985	20349	54264	116280	203490	293930	352716	352716

אם נחסר 1 מהמספר 352716, אנו נקבל מספר המתחלק ב 11^3 (= מספר שלם).

$$352716 - 1 = 352715 = 265 * 11^3$$

מה הסוד!

זה כבר גלוי לכולנו,

כי כל תא מייצג העמודה על-יד!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
L ₀	1						
L ₁	1	1					
L ₂	1	2	1				
L ₃	1	3	3	1			
L ₄	1	4	6	4	1		
L ₅	1	5	10	10	5	1	
L ₆	1	6	15	20	15	6	1
L ₇	1	7	21	35	35	21	7
L ₈	1	8	28	56	70	56	28
L ₉	1	9	36	84	126	126	84

$$5 + 15 + 35 + 70 = 125$$

נמצא כי חלק העמודה-4 הכלול במשולש = $5^3 = 125$ ממש
 כי המשולש אינו כולל ה-1, הנמצא מעל ל-5, באותה עמודה.

וכמו כן למשולש-תאים של המספר הראשוני 7!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₄	1	4	6	4	1				
L ₅	1	5	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1257

$$7 + 28 + 84 + 210 + 462 + 924 = 1715$$

נמצא כי חלק העמודה-6 הכלול במשולש = $7^3 * 5 = 1715$ ממש
 כי המשולש אינו כולל ה-1, הנמצא מעל ל-7, שבאותה עמודה.

וכמו כן למשולש-תאים של המספר הראשוני 11!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12
L ₁₃	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78
L ₁₄	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364
L ₁₅	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365
L ₁₆	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368
L ₁₇	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376
L ₁₈	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824
L ₁₉	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582
L ₂₀	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960
L ₂₁	1	21	210	1330	5985	20349	54264	116280	203490	293930	352716	352716

$$11 + 66 + 286 + 1001 + 3003 + 8008 + 19448 + 43758 + 92378 + 184756 = 352715$$

נמצא כי חלק העמודה-10 במשולש = $11^3 * 265 = 352715$ ממש
 כי המשולש אינו כולל ה-1, הנמצא מעל ל-11, שבאותה עמודה.

וסך עמודה אחרונה לחזקת 3.

וכמו כן, אין לך סך של עמודה אחרונה למשולש, שאינו מתחלק במספר הראשוני בחזקת 3.

$$(56 + 70 + 56) + (126 + 126) + (252) = 2 * 7^3$$

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לשלם לזכות לידיע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת בקיפוי?
אפשר ככלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ובפרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgaim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.