

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גוונים.  
 וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.  
 אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית  
 דברים שלא חדשו אותם אחרים.

אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

ככל פצט אנו נראה  
 חלק א'

כפתיחת הצניין,  
 ומאנו נצבור לחלק שאנו רוצים לעסוק בו.

כי חלק א'  
 צניינו להסביר היסוד שבו נבנה לוח פסקל.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.  
 והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

|   |   |    |    |    |   |   |  |  |  |  |  |  |
|---|---|----|----|----|---|---|--|--|--|--|--|--|
|   |   |    |    |    | 1 |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |    |    |    | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |
|   |   |    |    | 1  | 2 | 1 |  |  |  |  |  |  |
|   |   |    | 1  | 3  | 3 | 1 |  |  |  |  |  |  |
|   |   | 1  | 4  | 6  | 4 | 1 |  |  |  |  |  |  |
|   | 1 | 5  | 10 | 10 | 5 | 1 |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |  |  |  |  |  |  |

$$4 + 6 = 10$$

# המשולש של פסקל.

## חלק I

אכן כך הוא הבניין של משולש זה:  
מתחילים ב "1" משני צידי המשולש.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   | 1 |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   | 1 |   | 1 |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   | 1 |   |   |   | 1 |   |   |   |   |
|   |   |   | 1 |   |   |   |   |   | 1 |   |   |   |
|   |   | 1 |   |   |   |   |   |   |   | 1 |   |   |
|   | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |   |
| 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |

ואז, מתחילים לחבר כל שני תאים (באופק)  
ולכתוב הסך למטה באמצע.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |    |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | </ |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|

והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

|   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|---|---|---|---|
|   |   |   |   |    |    | 1  |    |    |   |   |   |   |
|   |   |   |   |    | 1  |    | 1  |    |   |   |   |   |
|   |   |   |   | 1  |    | 2  |    | 1  |   |   |   |   |
|   |   |   | 1 |    | 3  |    | 3  |    | 1 |   |   |   |
|   |   | 1 |   | 4  |    | 6  |    | 4  |   | 1 |   |   |
|   | 1 |   | 5 |    | 10 |    | 10 |    | 5 |   | 1 |   |
| 1 |   | 6 |   | 15 |    | 20 |    | 15 |   | 6 |   | 1 |

הסך של שני תאים צמודים, נמצא למטה (באמצע) מתחתיהם.

וכן לימדונו בכיתה אודות משולש זה!

|   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|---|---|---|---|
|   |   |   |   |    |    | 1  |    |    |   |   |   |   |
|   |   |   |   |    | 1  |    | 1  |    |   |   |   |   |
|   |   |   |   | 1  |    | 2  |    | 1  |   |   |   |   |
|   |   |   | 1 |    | 3  |    | 3  |    | 1 |   |   |   |
|   |   | 1 |   | 4  |    | 6  |    | 4  |   | 1 |   |   |
|   | 1 |   | 5 |    | 10 |    | 10 |    | 5 |   | 1 |   |
| 1 |   | 6 |   | 15 |    | 20 |    | 15 |   | 6 |   | 1 |

וזה מה שלמדנו :

בשביל למצוא הסך 10 של שני התאים 6 ו 4 ,  
יש להסתכל במספר (10) הנמצא באמצע מתחתיהם.

אבל כשהן בלוח הזה שאינם בצורת משולש..  
ה 10 נמצא מתחת לשני התאים (מימין)  $10 = 6 + 4$

|   |   |    |    |   |   |
|---|---|----|----|---|---|
| 1 |   |    |    |   |   |
| 1 | 1 |    |    |   |   |
| 1 | 2 | 1  |    |   |   |
| 1 | 3 | 3  | 1  |   |   |
| 1 | 4 | 6  | 4  | 1 |   |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 |

אנו ניעזר באותיות.

**C** לעמודה, **L** לשורה.

| #               | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> | C <sub>8</sub> | C <sub>9</sub> | C <sub>10</sub> | C <sub>11</sub> | C <sub>12</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| L <sub>0</sub>  | 1              |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>1</sub>  | 1              | 1              |                |                |                |                |                |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>2</sub>  | 1              | 2              | 1              |                |                |                |                |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>3</sub>  | 1              | 3              | 3              | 1              |                |                |                |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>4</sub>  | 1              | 4              | 6              | 4              | 1              |                |                |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>5</sub>  | 1              | 5              | 10             | 10             | 5              | 1              |                |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>6</sub>  | 1              | 6              | 15             | 20             | 15             | 6              | 1              |                |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>7</sub>  | 1              | 7              | 21             | 35             | 35             | 21             | 7              | 1              |                |                |                 |                 |                 |
| L <sub>8</sub>  | 1              | 8              | 28             | 56             | 70             | 56             | 28             | 8              | 1              |                |                 |                 |                 |
| L <sub>9</sub>  | 1              | 9              | 36             | 84             | 126            | 126            | 84             | 36             | 9              | 1              |                 |                 |                 |
| L <sub>10</sub> | 1              | 10             | 45             | 120            | 210            | 252            | 210            | 120            | 45             | 10             | 1               |                 |                 |
| L <sub>11</sub> | 1              | 11             | 55             | 165            | 330            | 462            | 462            | 330            | 165            | 55             | 11              | 1               |                 |
| L <sub>12</sub> | 1              | 12             | 66             | 220            | 495            | 792            | 924            | 792            | 495            | 220            | 66              | 12              | 1               |

יש להבחין בשני מהלכים שווים בערכם.

(ואילו היו המספרים נשארים בצורת משולש, היינו גם רואים הסימטריות)

אך בלוח זה אנו מוצאים הן מלמעלה למטה (בעמודות) והן באלכסון, אותו דבר  
[למשל, בעמודה-1, מ 1 עד 8 .. הסך 36]!

|  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |    |  |     |  |      |  |       |  |      |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|----|--|-----|--|------|--|-------|--|------|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |    |  |     |  |      |  |       |  |      |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1  |  |     |  |      |  |       |  |      |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 2  |  | 1   |  |      |  |       |  |      |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 3  |  | 3   |  | 1    |  |       |  |      |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 4  |  | 6   |  | 4    |  | 1     |  |      |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 5  |  | 10  |  | 10   |  | 5     |  | 1    |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 6  |  | 15  |  | 20   |  | 15    |  | 6    |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 7  |  | 21  |  | 35   |  | 35    |  | 21   |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 8  |  | 28  |  | 56   |  | 70    |  | 56   |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 9  |  | 36  |  | 84   |  | 105   |  | 84   |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 10 |  | 45  |  | 120  |  | 165   |  | 120  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 11 |  | 55  |  | 165  |  | 252   |  | 165  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 12 |  | 66  |  | 220  |  | 330   |  | 220  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 13 |  | 78  |  | 273  |  | 429   |  | 273  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 14 |  | 91  |  | 336  |  | 546   |  | 336  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 15 |  | 105 |  | 408  |  | 672   |  | 408  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 16 |  | 120 |  | 496  |  | 812   |  | 496  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 17 |  | 136 |  | 600  |  | 980   |  | 600  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 18 |  | 153 |  | 720  |  | 1188  |  | 720  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 19 |  | 171 |  | 858  |  | 1428  |  | 858  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 20 |  | 190 |  | 1000 |  | 1665  |  | 1000 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 21 |  | 210 |  | 1155 |  | 1940  |  | 1155 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 22 |  | 231 |  | 1320 |  | 2254  |  | 1320 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 23 |  | 253 |  | 1500 |  | 2600  |  | 1500 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 24 |  | 276 |  | 1690 |  | 3000  |  | 1690 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 25 |  | 300 |  | 1900 |  | 3450  |  | 1900 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 26 |  | 325 |  | 2140 |  | 3960  |  | 2140 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 27 |  | 351 |  | 2400 |  | 4530  |  | 2400 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 28 |  | 378 |  | 2680 |  | 5160  |  | 2680 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 29 |  | 406 |  | 2980 |  | 5860  |  | 2980 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 30 |  | 435 |  | 3300 |  | 6630  |  | 3300 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 31 |  | 465 |  | 3640 |  | 7480  |  | 3640 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 32 |  | 496 |  | 4000 |  | 8400  |  | 4000 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 33 |  | 528 |  | 4380 |  | 9400  |  | 4380 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 34 |  | 561 |  | 4780 |  | 10480 |  | 4780 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 35 |  | 595 |  | 5200 |  | 11640 |  | 5200 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 36 |  | 630 |  | 5640 |  | 12880 |  | 5640 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 37 |  | 666 |  | 6100 |  | 14200 |  | 6100 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 38 |  | 703 |  | 6580 |  | 15600 |  | 6580 |  |

פרשנות שנית שראינו בכיתה.  
וזה הוגש לנו לאחר שהתחלנו ללמוד אלגברה.

$$(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

|   |   |    |    |   |   |                                                         |
|---|---|----|----|---|---|---------------------------------------------------------|
| 1 | 1 |    |    |   |   | $1a^1 + 1b^1$                                           |
| 1 | 2 | 1  |    |   |   | $1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$                                 |
| 1 | 3 | 3  | 1  |   |   | $1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$                       |
| 1 | 4 | 6  | 4  | 1 |   | $1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$             |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | $1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$ |

|                         | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | $C_7$ | $C_8$ | $C_9$ | $\eta$ |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $(a + b)^1 \rightarrow$ | 1     | 1     |       |       |       |       |       |       |       |       | 2      |
| $(a + b)^2 \rightarrow$ | 1     | 2     | 1     |       |       |       |       |       |       |       | 4      |
| $(a + b)^3 \rightarrow$ | 1     | 3     | 3     | 1     |       |       |       |       |       |       | 8      |
| $(a + b)^4 \rightarrow$ | 1     | 4     | 6     | 4     | 1     |       |       |       |       |       | 16     |
| $(a + b)^5 \rightarrow$ | 1     | 5     | 10    | 10    | 5     | 1     |       |       |       |       | 32     |
| $(a + b)^6 \rightarrow$ | 1     | 6     | 15    | 20    | 15    | 6     | 1     |       |       |       | 64     |
| $(a + b)^7 \rightarrow$ | 1     | 7     | 21    | 35    | 35    | 21    | 7     | 1     |       |       | 128    |
| $(a + b)^8 \rightarrow$ | 1     | 8     | 28    | 56    | 70    | 56    | 28    | 8     | 1     |       | 256    |
| $(a + b)^9 \rightarrow$ | 1     | 9     | 36    | 84    | 126   | 126   | 84    | 36    | 9     | 1     | 512    |

|                         |   |   |   |   |   |
|-------------------------|---|---|---|---|---|
| $(a + b)^4 \rightarrow$ | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 |
|-------------------------|---|---|---|---|---|

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

## המשולש של פסקל.

### החלק שלרשותנו, היום.

מה זה מרווח בין מספרים?  
הבה ונראה המרווחים של 3.

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16 . 17 . 18 . 19 . 20 . 21 . 22 . 23 . 24 . 25 .  
26 . 27 . 28 . 29 . 30 . 31 . 32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 . 40 . 41 . 42 . 43 . 44 . 45 . 46 . 47 . 48 .  
49 ...

המספרים באדום, הם 3, 6, 9, ... בדילוג שני מספרים.  
שלישי, שישי, תשיעי, ... מדלגים מ 3 ל 3.

מובן מאליו כי כל המספרים באדום, מתחלקים ב 3! אבל, האם שני המספרים שבמרווח, יש להם שייכות ל 3?

אנו מוצאים כי,  $3 = 2 + 1$  וכן  $4 + 5 = 9$  וכן  $7 + 8 = 15$  ... כל סך מאלו, מתחלק ב 3.  
נסתכל בלוח הבא.

בין המרווחים (משמאל לימין).

|    |         |    |    |      |
|----|---------|----|----|------|
| 0  | 1 + 2   | 3  | 3  | 3*1  |
| 3  | 4 + 5   | 6  | 9  | 3*3  |
| 6  | 7 + 8   | 9  | 15 | 3*5  |
| 9  | 10 + 11 | 12 | 21 | 3*7  |
| 12 | 13 + 14 | 15 | 27 | 3*9  |
| 15 | 16 + 17 | 18 | 33 | 3*11 |
| 18 | 19 + 20 | 21 | 39 | 3*13 |
| 21 | 22 + 23 | 24 | 45 | 3*15 |

המספרים שבמרווח הסך שלהם בכפל 3. (למשל, בין 9 ל 12 אנו מוצאים  $11 + 10 = 21$  שהוא  $3 * 7$ )  
ולא עוד אלא, אם נסתכל מקרוב יותר נמצא כי 3 כופל כל המספרים האי-זוגיים, בזה אחר זה.  
 $1 * 3$  ו  $3 * 3$  ו  $5 * 3$  ו  $7 * 3$  ו  $9 * 3$  ... וכן הלאה.  
מה למדנו? כי המספרים שבמרווח, מתחלקים גם הם, בהתאם למרווח.

נעבור למרווחים של 5.

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16 . 17 . 18 . 19 . 20 . 21 . 22 . 23 . 24 . 25 .  
26 . 27 . 28 . 29 . 30 . 31 . 32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 . 40 . 41 . 42 . 43 . 44 . 45 . 46 . 47 . 48 .  
49 . 50 . 51 . 52 . 53 . 54 . 55 . 56 . 57 . 58 . 59 . 60 . 61 . 62 . 63 . 64 . 65 . 66 . 67 . 68 . 69 . 70

מתוך ניסיון, שרכשנו, יש לבדוק

- האם ארבעת המספרים שבמרווח, יש להם שייכות ל 5?
- אם המספרים שבמרווח, מתחלקים ב 5.
- אם יש להם איזו שייכות למספרים האי-זוגיים?

מה הם המספרים באדום, כאן? הם 5, 10, 15, ... בדילוג ארבע מספרים.

מובן מאליו כי כל המספרים באדום, מתחלקים ב 5!

אנו מוצאים כי,  $10 = 4 + 3 + 2 + 1$  וכן  $6 + 7 + 8 + 9 = 30$  וכן  $11 + 12 + 13 + 14 = 50$  ...  
כל סך מאלו, מתחלק ב 5.

רגע! אנו צריכים לגלות את השיטה, הנוסחה, ..

איך מחשבים למשל מ 55 ל 60. מהו הסך במרווח?

## נסתכל בלוח הבא.

בין המרווחים (משמאל לימין).

|    |                   |    |     |       |
|----|-------------------|----|-----|-------|
| 0  | 1 + 2 + 3 + 4     | 5  | 10  | 10*1  |
| 5  | 6 + 7 + 8 + 9     | 10 | 30  | 10*3  |
| 10 | 11 + 12 + 13 + 14 | 15 | 50  | 10*5  |
| 15 | 16 + 17 + 18 + 19 | 20 | 70  | 10*7  |
| 20 | 21 + 22 + 23 + 24 | 25 | 90  | 10*9  |
| 25 | 26 + 27 + 28 + 29 | 30 | 110 | 10*11 |
| 30 | 31 + 32 + 33 + 34 | 35 | 130 | 10*13 |
| 35 | 36 + 37 + 38 + 39 | 40 | 150 | 10*15 |

אם נסתכל בלוח, נמצא התשובה לשתי השאלות.

- אם המספרים שבמרווח, מתחלקים ב 5? אנו מוצאים שהם מתחלקים אפילו ב 10.
- אם יש איזו שייכות למספרים האי-זוגיים? למעשה כל המספרים האי-זוגיים נכפלים ב 10. אבל איך מחשבים  $34 + 33 + 32 + 31$ ?

יש לשים לב כי אנו לעת עתה עוסקים במרווחים של המספרים האי-זוגיים. מרווח של 3, של 5. ולכן באמצע המרווח, אנו פוגשים זוגות מספרים.

30, 31, 32, 33, 34, 35. יש לנו כאן  $35 = 34 + 31 = 32 + 33 = 65$

ומה זה 65? 65 שווה  $5 * 13$  (5 כפול האי-זוגי 13) אבל בתוך המרווח יש פעמיים 65.

$$34 + 33 + 32 + 31 = 130 = 10 * 13$$

ומה עם 35, 36, 37, 38, 39, 40 גם כאן שייך לומר  $40 + 35 = 75$  אבל בתוך המרווח יש פעמיים 75. ומה זה 75? 75 שווה  $5 * 15$  (5 כפול האי-זוגי 15)

$$39 + 38 + 37 + 36 = 150 = 10 * 15$$

את ה 15 הצלחנו לגלות  $40 + 35 = 75 = 5 * 15$  אבל איך נדע, ואיך נמצא ה 10?

אם נפחית 1 מ 5 שאנו עוסקים במרווחים שלו. יישאר לנו 4.

אותו 4, מספר זוגי, יהיה אפשר לחלק ב 2 ובכך קבלנו המכפיל ל 5. כלומר,  $10 = 5 * 2$  וכן יכולנו לעשות עבור המרווחים של 3. למשל, 3 פחות 1 = 2, אותו לחלק ב 2, ולכפול ב 3. אכן יצא לנו  $3 = 3 * 1$ , זהו המכפיל לאי-זוגי לכל הדרך. ואיך מגלים כל זה בלוח פסקל?

| #               | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> |                                          | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|------------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| L <sub>0</sub>  | 1              |                |                                          |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>1</sub>  | 1              | 1              |                                          |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>2</sub>  | 1              | 2              |                                          | 1              |                |                |                |                |                |
| L <sub>3</sub>  | 1              | 3              |                                          | 3              | 1              |                |                |                |                |
| L <sub>4</sub>  | 1              | 4              |                                          | 6              | 4              | 1              |                |                |                |
| L <sub>5</sub>  | 1              | 5              | המספרים שבמרווח של 5, הסך = כפלי 10.     | 10             | 10             | 5              | 1              |                |                |
| L <sub>6</sub>  | 1              | 6              |                                          | 15             | 20             | 15             | 6              | 1              |                |
| L <sub>7</sub>  | 1              | 7              | $7 - 1 = 6 ; 6 \div 2 = 3 ; 3 * 7 =$     | 21             | 35             | 35             | 21             | 7              | 1              |
| L <sub>8</sub>  | 1              | 8              |                                          | 28             | 56             | 70             | 56             | 28             | 8              |
| L <sub>9</sub>  | 1              | 9              | $9 - 1 = 8 ; 8 \div 2 = 4 ; 4 * 9 =$     | 36             | 84             | 126            | 126            | 84             | 36             |
| L <sub>10</sub> | 1              | 10             |                                          | 45             | 120            | 210            | 252            | 210            | 120            |
| L <sub>11</sub> | 1              | 11             | $11 - 1 = 10 ; 10 \div 2 = 5 ; 5 * 11 =$ | 55             | 165            | 330            | 462            | 462            | 330            |
| L <sub>12</sub> | 1              | 12             |                                          | 66             | 220            | 495            | 792            | 924            | 792            |

נעבור למרווחים של 7!

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16 . 17 . 18 . 19 . 20 . 21 . 22 . 23 . 24 . 25 .  
26 . 27 . 28 . 29 . 30 . 31 . 32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 . 40 . 41 . 42 . 43 . 44 . 45 . 46 . 47 . 48 .  
49 . 50 . 51 . 52 . 53 . 54 . 55 . 56 . 57 . 58 . 59 . 60 . 61 . 62 . 63 . 64 . 65 . 66 . 67 . 68 . 69 . 70

ומה מגלה לנו, הלוח הבא.

|    |                             |    |     |       |
|----|-----------------------------|----|-----|-------|
| 0  | 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6       | 7  | 21  | 21*1  |
| 7  | 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13   | 14 | 63  | 21*3  |
| 14 | 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 | 21 | 105 | 21*5  |
| 21 | 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 | 28 | 147 | 21*7  |
| 28 | 29 + 30 + 31 + 32 + 33 + 34 | 35 | 189 | 21*9  |
| 35 | 36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41 | 42 | 231 | 21*11 |
| 42 | 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 | 49 | 273 | 21*13 |
| 49 | 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 | 56 | 315 | 21*15 |

שוב, המספר האי זוגי השייך למרווח (המתחיל ב 7), כפול מספר מסוים (21).

וכעת נעז לשאול שלושת השאלות:

- איך למצוא המספר האי זוגי השייך לאותו מרווח?
- איך למצוא המכפיל של האי-זוגי?
- איך למצוא סך המרווח?

○ למשל, מה הוא סך של  $36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41 = ?$  (למרווח שבין 35 ו 42)

|                             |     |       |
|-----------------------------|-----|-------|
| 36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41 | 231 | 21*11 |
|-----------------------------|-----|-------|

אנו מבינים כי יש מכפיל והוא 21.

$$7 - 1 = 6 ; 6 \div 2 = 3 ; 3 * 7 = 21$$

עוד דרך למצוא אותו מכפיל. 7 וחבריו למרווחים, הם מספרים אי-זוגיים. כלומר, יש בהם חצי

גדול וחצי קטן.  $4 + 3 = 7$  אנו נכפול החצי הקטן (3) ב 7.  $21 = 7 * 3$

וכן יש מספר אי זוגי השייך למרווח שבין 35 ו 42.

$$11 = 7 * 3 \quad 11 = 7 * 3 \quad 11 = 7 * 3 \quad 11 = 7 * 3 \quad 11 = 7 * 3$$

הוא זה, המספר האי זוגי השייך למרווח שבין 35 ו 42

עוד דרך למצוא המספר אי זוגי השייך למרווח שבין 35 ו 42.

35 אינו אלא  $5 * 7$  ו 42 אינו אלא  $6 * 7$  ... אם כן!  $11 = 6 + 5$

וכן  $35 = 5 * 7$  ... פעמיים אותו 5 ועוד 10  $11 = 1$

וכן  $42 = 6 * 7$  ... פעמיים אותו 6 פחות 1  $11 = 1$

ומובן מאליו כי כאשר נכפול 21 באי-זוגי, אנו נקבל סך מה שבמרווח.

ולא לשכוח, לאחר שגלינו כי 21 מופיע בלוח פסקל, קל לחשב מ 1 ועד 7  $21 = 7$

$$231 = 21 * 11 \quad \text{או} \quad 231 = 41 + 40 + 39 + 38 + 37 + 36$$

עוד תרגיל.

למצוא סך המרווח שבין 49 ל 56.

למצוא המכפיל, יש לכפול 7 כפול חציו הקטן. וזה יהיה מכפיל לכל האי-זוגי.  $21 = 7 * 3$

נעבור למצוא האי-זוגי השייך למרווח שבין 49 ל 56.  $1 + (7 * 2)$  או  $1 - (8 * 2)$  ... או

$7 * 7 = 49$  וכן  $8 * 7 = 56$ . אם כן, עלינו לחבר  $7 + 8 = 15$  והוא המספר האי-זוגי למרחב 49 ל 56

$$315 = 21 * 15 = \text{סך המרווח}$$

|                             |     |       |
|-----------------------------|-----|-------|
| 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 | 315 | 21*15 |
|-----------------------------|-----|-------|

לזכור כי

$$1 * 7 = 7 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1 = 7 + 0$$

$$11 * 7 = 77 = 39 + 38 = 40 + 37 = 41 + 36 = 42 + 35$$

$$15 * 7 = 105 = 53 + 52 = 54 + 51 = 55 + 50 = 56 + 49$$

היות כי אנו עוסקים במרווח של 7 שהוא מספר אי-זוגי, אם כן המספרים שבמרווח הם זוגות.

כמה זוגות? מספר הזוגות = חצי הקטן של 7.  $77 = 39 + 38 = 40 + 37 = 41 + 36$

אנו יודעים כי  $77 = 42 + 35$  כפול 3 זוגות  $231 =$

$77 = 11 * 7$  כאן אנו מגלים האי-זוגי השייך למרווח שבין 35 ל 42.

ולא נשאר אלא לגלות המכפיל של המרווח, בלוח פסקל, בתא ליד 7, ואנו נמצא 21.

נעבור לעוד תרגיל, ונסתפק בחישוב המינימום, ואנו נעזר בלוח.

בהיותנו במרווחים של 9, מהו סך המרווח שבין 63 ל 72?

כיוון שמדובר על המרווחים של 9, אנו נסתכל בלוח בשורה-9 בעמודה-2 ונמצא המספר 36.

$63 = 9 * 7$ ;  $72 = 9 * 8$  המספר האי-זוגי  $15 = 8 + 7$  אם כן  $540 = 36 * 15$

הבה ונבדוק:  $72 \ 71 \ 70 \ 69 \ 68 \ 67 \ 66 \ 65 \ 64 \ 63$

המרווח (הפנימי)  $540 = 71 + 70 + 69 + 68 + 67 + 66 + 65 + 64$

ראינו הדרך הקצרה והדרך הארוכה.

הדרך הקצרה,  $15 = 8 + 7$  אי-זוגי זה כפול המספר שבעמודה-2, אותו  $540 = 36$

ואם רוצים להגיע דרך קצרה, ללא לוח,  $540 = 4 * 9 (8 + 7)$

לזכור כי 4 זה, הוא החצי הקטן של 9 שהוא גם מספר הזוגות שבמרווח. ו 15 הוא הממוצע לפני שכופלים ב 9.  $9 = 8 + 7$ .

[9 כפול בחצי הקטן = 36; 7 כפול בחצי הקטן = 21; 5 כפול בחצי הקטן = 10; 3 כפול בחצי הקטן = 3]

| #               | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> |                                        | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|----------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| L <sub>0</sub>  | 1              |                |                                        |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>1</sub>  | 1              | 1              |                                        |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>2</sub>  | 1              | 2              |                                        | 1              |                |                |                |                |                |
| L <sub>3</sub>  | 1              | 3              | המספרים שבמרווחים של 3, הסך = כפלי 3.  | 3              | 1              |                |                |                |                |
| L <sub>4</sub>  | 1              | 4              |                                        | 6              | 4              | 1              |                |                |                |
| L <sub>5</sub>  | 1              | 5              | המספרים שבמרווחים של 5, הסך = כפלי 10. | 10             | 10             | 5              | 1              |                |                |
| L <sub>6</sub>  | 1              | 6              |                                        | 15             | 20             | 15             | 6              | 1              |                |
| L <sub>7</sub>  | 1              | 7              | המספרים שבמרווחים של 7, הסך = כפלי 21. | 21             | 35             | 35             | 21             | 7              | 1              |
| L <sub>8</sub>  | 1              | 8              |                                        | 28             | 56             | 70             | 56             | 28             | 8              |
| L <sub>9</sub>  | 1              | 9              | איך אפשר לחשב 36?                      | 36             | 84             | 126            | 126            | 84             | 36             |
| L <sub>10</sub> | 1              | 10             |                                        | 45             | 120            | 210            | 252            | 210            | 120            |
| L <sub>11</sub> | 1              | 11             | לחשב 55.. 11 כפול חצי קטן = 55         | 55             | 165            | 330            | 462            | 462            | 330            |
| L <sub>12</sub> | 1              | 12             |                                        | 66             | 220            | 495            | 792            | 924            | 792            |

לזכור, כי עמודה-2 למספרים האי-זוגיים, כל תא = המספר האי-זוגי כפול חצי הקטן.

חזרה למה שראינו!

לזכור גם, כי בעמודה 1 (כלומר במספרים שאנו מכירים), לכל המספרים האי-זוגיים, המרווח בינם לבין

החצי הקטן שלהם תוך עמודה-1, הוא לדלג תאים כחצי הקטן.

למשל, מספר התאים שיש לדלג מ 9 ועד 4 הם 4 תאים (5, 6, 7, 8).

השאלה עכשיו היא, איך למצוא האי-זוגי של מרווח נתון (למספר אי-זוגי)?

מרווחים המתחילים ב 7, מה הוא האי-זוגי למרווח שבין 35 ל 42?

פשוט!  $35 = 5 * 7$  ו  $42 = 6 * 7$  אם כן  $11 = 6 + 5$

מרווחים המתחילים ב 19, מה הוא האי-זוגי למרווח שבין 152 ל 171?

פשוט!  $152 = 8 * 19$  ו  $171 = 9 * 19$  אם כן  $17 = 9 + 8$  זהו האי-זוגי.

ולא נשאר אלא לדעת למצוא המכפיל

פשוט! 19 כפול חצי הקטן = 171

סך המרווח שבין 152 ל 171 =  $171 * 17 = 2907$

או בדרך יותר פשוטה

$(171 + 152)$  כפול חצי-הקטן ל 19.  $2907 = 19$  וכאילו אמרנו  $(171 + 152)/2$  [הממוצע] \*  $19 - 1$  [מספרים]

שאלה חוזרת:

- איך למצוא סך המספרים שבמרווח?

○ למשל, מה הוא סכום המספרים שבין 35 ל 42?

במרווחים של 7 יש לנו 6 מספרים, שהם בין שני מספרים המתחלקים ב 7. כלומר 3 זוגות מספרים שווים.

אם נרצה לדעת סכום למספרים אלו, יש לכפול סך הקצוות ב 3. כלומר,  $231 = (45 + 35) \cdot 3$

\* לזכור כי 3 הם שלושת הזוגות שבמרווח, והוא אותו 3 חצי קטן של 7.

\* לזכור גם כי למעשה הם 4 זוגות אם נכלול "עד, ועד בכלל" למשל, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42.

הם למעשה 4 זוגות שווים  $42 = 35 + 41 = 36 + 40 = 37 + 39 = 38 + 38$  אלא שיש קצוות המרווח, ויש המרווח שבין הקצוות.

ושייך גם להגיע ל 231 בדרך זו...

35 לחלק ב 7 = 5 ; 42 לחלק ב 7 = 6 ;  $11 = 6 + 5$  זהו האי-זוגי.

7 כפול חציו הקטן  $21 = 21$  המרווח הראשון מ 1 ועד  $21 = 6$  והוא המכפיל לאי זוגי השייך לכל

מרווח. בהכפיל 11 ב 21  $231 = 21$  זהו סך  $231 = 41 + 40 + 39 + 38 + 37 + 36$

המספרים שבמרווח (למשל, בין 7 ל 14 יש  $8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13$ )

הסך שלהם = ה "אי זוגי" השייך, כפול 21.

בקיצור זה מה שראינו עד הנה!

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 .

המספרים שבמרווח של 3, הסך מתחלק ב 3, ומקבלים מספר אי-זוגי.

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 .

המספרים שבמרווח של 5, הסך מתחלק ב 10, ומקבלים מספר אי-זוגי.

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16 . 17 . 18 . 19 . 20 . 21 .

המספרים שבמרווח של 7, הסך מתחלק ב 21, ומקבלים מספר אי-זוגי.

\*\*\* להעיר  $21 = 6+5+4+3+2+1$  ;  $10 = 4+3+2+1$  ;  $3 = 2+1$

וכמובן,  $36 = 9+8+7+6+5+4+3+2+1+0$  (כלומר, 9 כפול חציו הקטן)

---

הבה ונסדר נוסחאות.

כמה מספרים יש בין הקצוות?

$$n-1 \text{ ... כמו } 2 = 1 - 3; 4 = 1 - 5; 6 = 1 - 7; 8 = 1 - 9; 10 = 1 - 11; \dots$$

$$11 = 1 - 10 \text{ (כלומר בכל מרווח מהקבוצה המתחילה מ } 0 \text{ ועד } 11, \text{ אנו נמצא } 10 \text{ מספרים)}$$

כמה פעמים גדול סך המרווח מסך הקצוות?

$$(n-1)/2 \text{ ... כמו } 1 = (3-1)/2; 2 = (5-1)/2; 3 = (7-1)/2; 4 = (9-1)/2; 5 = (11-1)/2; \dots$$

$$3 = (7-1)/2 \text{ (כלומר בקבוצה המתחילה מ } 0 \text{ ועד } 7 \text{ ... } 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35, 36 \text{ סך } 3 = 41+40+39+38+37+36)$$

במילים אחרות, סך המרווח = מספר הזוגות (שכל זוג = לשתי הקצוות) כפול לסך הקצוות.

$$\text{כלומר, } (n-1)/2 \text{ ... הוא מספר הזוגות. ואז למצוא סך הקצוות, כפול הנוסחה האחרונה } (n-1)/2$$

$$\text{למשל, } 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35, 36$$

$$\text{סך } 231 = 3 * 77 = (7-1)/2 * (42 + 35) = 41 + 40 + 39 + 38 + 37 + 36$$

אלא, שבשפת האם שלנו, קראנו לנוסחה זו "החצי הקטן". וזהו גם מספר הזוגות שברוח.

אבל בשביל למצוא סך המרווח, בעזרת הלוח שלנו?

| #               | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| L <sub>0</sub>  | 1              |                |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>1</sub>  | 1              | 1              |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>2</sub>  | 1              | 2              | 1              |                |                |                |                |                |
| L <sub>3</sub>  | 1              | 3              | 3              | 1              |                |                |                |                |
| L <sub>4</sub>  | 1              | 4              | 6              | 4              | 1              |                |                |                |
| L <sub>5</sub>  | 1              | 5              | 10             | 10             | 5              | 1              |                |                |
| L <sub>6</sub>  | 1              | 6              | 15             | 20             | 15             | 6              | 1              |                |
| L <sub>7</sub>  | 1              | 7              | 21             | 35             | 35             | 21             | 7              | 1              |
| L <sub>8</sub>  | 1              | 8              | 28             | 56             | 70             | 56             | 28             | 8              |
| L <sub>9</sub>  | 1              | 9              | 36             | 84             | 126            | 126            | 84             | 36             |
| L <sub>10</sub> | 1              | 10             | 45             | 120            | 210            | 252            | 210            | 120            |
| L <sub>11</sub> | 1              | 11             | 55             | 165            | 330            | 462            | 462            | 330            |
| L <sub>12</sub> | 1              | 12             | 66             | 220            | 495            | 792            | 924            | 792            |

$$\text{למשל, } 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35, 36$$

מרווח זה שייך לקבוצת 7.

אנו נצטרך למצוא המספר האי זוגי, ולכפול אותו ב 21 הצמוד ל 7.

להזכיר

|       |     |                             |
|-------|-----|-----------------------------|
| 21*1  | 21  | 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1       |
| 21*3  | 63  | 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8   |
| 21*5  | 105 | 20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 |
| 21*7  | 147 | 27 + 26 + 25 + 24 + 23 + 22 |
| 21*9  | 189 | 34 + 33 + 32 + 31 + 30 + 29 |
| 21*11 | 231 | 41 + 40 + 39 + 38 + 37 + 36 |
| 21*13 | 273 | 48 + 47 + 46 + 45 + 44 + 43 |
| 21*15 | 315 | 55 + 54 + 53 + 52 + 51 + 50 |

אנו מוצאים, כי לכל מרווח, מספר אי זוגי משלו, הנכפל ב 21 שהוא עצמו סך המרווח הראשון.

למצוא האי זוגי השייך לאותו מרווח, מחלקים סך הקצוות ב 7.

$$\text{למשל, } 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35, 36$$

$$77 = 42 + 35 \text{ אותו נחלק ב } 7, \text{ ונקבל המספר האי זוגי השייך לאותו מרווח.}$$

$$11 = 77 \div 7$$

וכעת שלרשותנו המספר האי זוגי, הבה ונסתכל בלוח שלנו.

| #               | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| L <sub>0</sub>  | 1              |                |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>1</sub>  | 1              | 1              |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>2</sub>  | 1              | 2              | 1              |                |                |                |                |                |
| L <sub>3</sub>  | 1              | 3              | 3              | 1              |                |                |                |                |
| L <sub>4</sub>  | 1              | 4              | 6              | 4              | 1              |                |                |                |
| L <sub>5</sub>  | 1              | 5              | 10             | 10             | 5              | 1              |                |                |
| L <sub>6</sub>  | 1              | 6              | 15             | 20             | 15             | 6              | 1              |                |
| L <sub>7</sub>  | 1              | 7              | 21             | 35             | 35             | 21             | 7              | 1              |
| L <sub>8</sub>  | 1              | 8              | 28             | 56             | 70             | 56             | 28             | 8              |
| L <sub>9</sub>  | 1              | 9              | 36             | 84             | 126            | 126            | 84             | 36             |
| L <sub>10</sub> | 1              | 10             | 45             | 120            | 210            | 252            | 210            | 120            |
| L <sub>11</sub> | 1              | 11             | 55             | 165            | 330            | 462            | 462            | 330            |
| L <sub>12</sub> | 1              | 12             | 66             | 220            | 495            | 792            | 924            | 792            |

לא נשאר אלא לכפול 11 ב **21** הצמוד ל **7**.

$$231 = 21 * 11$$

התשובה לשאלה. מהו סך המספרים שבין 35 ו 42 ? סך אותם מספרים = 231  
ידע נוסף! הם 6 מספרים. 3 זוגות מספרים בסך 77 כל זוג מהם. אכן  $231 = 77 * 3$   
כמובן, תשובה אחרונה זו, אינה שייכת ללוח שלנו, אלא מגיעים אליה, דרך חישוב.

## אבל!

מה עם המרווחים המתחילים מ 0 ועד למספר זוגי?

בואו ונבדוק מרווחי ה 8 ... (לשים לב, כי המרווח הוא בין ה 0 ל קצה הראשון, עד ה 8) מ 1 ועד  $28 = 7$

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16 . 17 . 18 . 19 . 20 . 21 . 22 .  
23 . 24 . 25 . 26 . 27 . 28 . 29 . 30 . 31 . 32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 . 40 . 41 . 42 .  
43 . 44 . 45 . 46 . 47 . 48 . 49 . 50 . 51 . 52 . 53 . 54 . 55 . 56 . 57 . 58 . 59 . 60 . 61 . 62 .  
63 . 64 . 65 . 66 . 67 . 68 . 69 . 70 . 71 . 72 .

ממה מורכב סך כל מרווח?

|    |                   |    |     |                 |
|----|-------------------|----|-----|-----------------|
| 0  | $1 + \dots + 7$   | 8  | 28  | $= 1 \times 28$ |
| 8  | $9 + \dots + 15$  | 16 | 84  | $= 3 \times 28$ |
| 16 | $17 + \dots + 23$ | 24 | 140 | $= 5 \times 28$ |
| 24 | $25 + \dots + 31$ | 32 | 196 | $= 7 \times 28$ |
| 32 | $33 + \dots + 39$ | 40 | 252 | $= 9 \times 28$ |

כאן, כל מרווח מורכב מאי-זוגי מספרים, המכפיל סך מרווח ראשון.  
כמו באי-זוגי, אך כמובן כאן לא שייך לומר "חצי קטן".  
וכמובן, לאי-זוגי מספרים, אנו נמצא באמצע, הממוצע של המרווח.

שאלה חוזרת:

- איך למצוא סך המספרים שבמרווח?

○ למשל, מה הוא סכום המספרים שבין 56 ל 64?

במרווחים של 8 יש לנו 7 מספרים, שהם בין שני מספרים המתחלקים ב 8.

**64 . 63 . 62 . 61 . 60 . 59 . 58 . 57 . 56 .**

מתוך ניסיון, אנו כבר יודעים, כי יש לענות על השאלה (מה הוא סכום המספרים שבין 56 ל 64):

- בעזרת הלוח.

- דרך חשבון.

| #               | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| L <sub>0</sub>  | 1              |                |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>1</sub>  | 1              | 1              |                |                |                |                |                |                |
| L <sub>2</sub>  | 1              | 2              | 1              |                |                |                |                |                |
| L <sub>3</sub>  | 1              | 3              | 3              | 1              |                |                |                |                |
| L <sub>4</sub>  | 1              | 4              | 6              | 4              | 1              |                |                |                |
| L <sub>5</sub>  | 1              | 5              | 10             | 10             | 5              | 1              |                |                |
| L <sub>6</sub>  | 1              | 6              | 15             | 20             | 15             | 6              | 1              |                |
| L <sub>7</sub>  | 1              | 7              | 21             | 35             | 35             | 21             | 7              | 1              |
| L <sub>8</sub>  | 1              | 8              | 28             | 56             | 70             | 56             | 28             | 8              |
| L <sub>9</sub>  | 1              | 9              | 36             | 84             | 126            | 126            | 84             | 36             |
| L <sub>10</sub> | 1              | 10             | 45             | 120            | 210            | 252            | 210            | 120            |
| L <sub>11</sub> | 1              | 11             | 55             | 165            | 330            | 462            | 462            | 330            |

היות וכאן לא שייד לומר חצי קטן כפול 28,

אם כן במה כופלים 28?

$$2 \left( \frac{16}{8} \right) + 1 = 5 ; 2 \left( \frac{24}{8} \right) - 1 = 5$$

|                                                                                 |               |    |     |           |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------|----|-----|-----------|
| 0                                                                               | 1 + ... + 7   | 8  | 28  | = 1 x 28  |
| 8                                                                               | 9 + ... + 15  | 16 | 84  | = 3 x 28  |
| 16                                                                              | 17 + ... + 23 | 24 | 140 | = 5 x 28  |
| 24                                                                              | 25 + ... + 31 | 32 | 196 | = 7 x 28  |
| 32                                                                              | 33 + ... + 39 | 40 | 252 | = 9 x 28  |
| 40                                                                              | 41 + ... + 47 | 48 | 308 | = 11 x 28 |
| 48                                                                              | 49 + ... + 55 | 56 | 364 | = 13 x 28 |
| 56                                                                              | 57 + ... + 63 | 64 | 420 | = 15 x 28 |
| 64                                                                              | 65 + ... + 71 | 72 | 476 | = 17 x 28 |
| $2 \left( \frac{16}{8} \right) + 1 = 5 ; 2 \left( \frac{24}{8} \right) - 1 = 5$ |               |    |     |           |

כופלים ב 28, במספר האי זוגי.

איך משיגים אותו אי-זוגי?

כאן כולם מספרים זוגיים. לבחור באחד הקצוות ולחלק ב 2.

ואחר כך, להוסיף או לחסר 1.

למשל, מה הוא סכום המספרים שבין 56 ל 64?

|                |   |   |    |    |    |
|----------------|---|---|----|----|----|
| L <sub>8</sub> | 1 | 8 | 28 | 56 | 70 |
|----------------|---|---|----|----|----|

האי-זוגי לכפול ב 28.

האי-זוגי =  $56/8 = 2 * 7$  ועוד 1 כלומר,  $15 = 2 * 7 + 1$

האי-זוגי =  $64/8 = 2 * 8$  חסר 1 כלומר,  $15 = 2 * 8 - 1$

ואז  $420 = 28 * 15$

ומה היא שיטת החשבון, כאשר אין לוח שידוע לנו אודות 28!  
 לזכור כי כאן המספרים שבמרווח, יש אי-זוגי מספרים. כלומר תוך המרווחים של 8, יש 7 מספרים  
 לכל מרווח. והמספר שבאמצע השבעה מספרים, אפשר לקרוא לו הממוצע.

. 56 . 57 . 58 . 59 . 60 . 61 . 62 . 63 . 64 .

איך למצוא הממוצע, שאותו נכפול ב 7, למצוא סך שבעת המספרים?

$$64 + 56 = 120 \text{ כלומר, } 120 \text{ לחלק ב } 2 = 60$$

$$60 = 8/2 - 64 \text{ וכן } 60 = 8/2 + 56 \text{ רק לשם ידע נוסף:}$$

$$420 = 7 * 60 \quad \text{[ממש כמו } 28 * 15 = 420]$$

המסקנה... עולם המרווחים משתמש במכפיל מסתורי שהוא למעשה המרווח הראשון, אותו  
 מכפיל הנו כופל כל המספרים האי-זוגיים.

ומכפיל זה מרומז בלוח של פסקל. הכל נמצא בעמודה-2.

זה כשלעצמו מציאה, גדולה.

|                |   |   |    |    |                                                                               |
|----------------|---|---|----|----|-------------------------------------------------------------------------------|
| L <sub>8</sub> | 1 | 8 | 28 | 56 | כשהמרווחים מ 0 ל 8 ל 16 ל 24 ... יש למצוא המרווח הפנימי . 28 כפול כל האי-זוגי |
|----------------|---|---|----|----|-------------------------------------------------------------------------------|

## למשל,

32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 . 40

$$252 = 39 + 38 + 37 + 36 + 35 + 34 + 33$$

$$28 * 9 = 252$$

המספר האי-זוגי 9, כופל 28 השייך למרווח מ 0 ועד 8.

מהו-זה, האי-זוגי שאנו כופלים במרווח הפנימי מ 0 ועד 8?

32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 . 40

היות ואנו במרווחים של ה 8 ורצוננו לדעת כמה זה סך 32 . 33 . 34 . 35 . 36 . 37 . 38 . 39 = ?

עלינו לראות ממה מורכבים הקצוות.  $40 = 8 * 5$  ;  $32 = 8 * 4$  סך שני המספרים הנכפלים ב 8,

הוא מספר אי-זוגי.  $9 = 4 + 5$  .. אותו 9 אנו נכפול ב 28 שהוא מ 1 ועד 7

(המרווח הראשון שבין 0 ל 8 ; 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8)

$$9 * 28 = 39 + 38 + 37 + 36 + 35 + 34 + 33$$

נמצא שמרווח ראשון לכל מספר מרומז בלוח פסקל.

ובדרך קצרה יותר, לחבר שני הקצוות ולחלק במספר הראשי.

בענייננו כך זה:  $9 = 8 \div (32 + 40)$  זהו המספר האי זוגי שיש לכפול ב  $(1+2+3+4+5+6+7) = 28$

בקיצור, אנו נשיג סך הקצוות. וזה יעזור לנו לשני השלבים.

$$72 = 32 + 40$$

כעת שייך  $72 \div 8 = 9$  ; ולפי הלוח, אנו נמצא 28 ואז כופלים  $28 * 9 = 252$

גם שייך  $72 \div 2 = 36$  ; זהו הממוצע ל 7 מספרים. סך 7 המספרים  $252 = 7 * 36$

לזכור כי 28 אינו אלא מ 1 ועד 7 (למרווח מ 0 ועד 8). ולמצוא מספרים כאלו אנו יודעים כי יש לכפול

הכי גדול במספר שלאחריו ולחלק ב 2.  $28 = 56/2 = (8 * 7)/2$

ועצתנו לפני "לכפול" לחלק הזוגי שביניהם ב 2.  $28 = 4 * 7 = 8/2 * 7$

למעשה בעולם המרווחים הביטוי שלנו אמור להיות שונה. סמל המרווח שהוא 8 , אנו נכפול במספר שלפניו

שהוא 7 ונחלק ב 2. ונקבל סך המספרים עד 8 (אינו כולל 8).

|                | C <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | כאן אנו מסתפקים בעמודות 1 ו 2 .<br>שהם C <sub>1</sub> ו C <sub>2</sub><br>*** הערה : ידוע לנו כי מרווח ראשון ל $5 = 1+2+3+4 = 10$<br>ואלו ה 10 נמצאים בלוח, בתא שליד תא ה 5. |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| L <sub>1</sub> | 1              | 1              |                |                |                                                                                                                                                                              |
| L <sub>2</sub> | 1              | 2              | 1              |                |                                                                                                                                                                              |
| L <sub>3</sub> | 1              | 3              | 3              | 1              | כשהמרווחים מ 0 ל 3 ל 6 ל 9 ... יש למצוא המרווח הפנימי 3 כפול האי-זוגי                                                                                                        |
| L <sub>4</sub> | 1              | 4              | 6              | 4              | כשהמרווחים מ 0 ל 4 ל 8 ל 12 ... יש למצוא המרווח הפנימי 6 כפול האי-זוגי                                                                                                       |
| L <sub>5</sub> | 1              | 5              | 10             | 10             | כשהמרווחים מ 0 ל 5 ל 10 ל 15 ... יש למצוא המרווח הפנימי 10 כפול האי-זוגי                                                                                                     |
| L <sub>6</sub> | 1              | 6              | 15             | 20             | כשהמרווחים מ 0 ל 6 ל 12 ל 18 ... יש למצוא המרווח הפנימי 15 כפול האי-זוגי                                                                                                     |
| L <sub>7</sub> | 1              | 7              | 21             | 35             | כשהמרווחים מ 0 ל 7 ל 14 ל 21 ... יש למצוא המרווח הפנימי 21 כפול האי-זוגי                                                                                                     |
| L <sub>8</sub> | 1              | 8              | 28             | 56             | כשהמרווחים מ 0 ל 8 ל 16 ל 24 ... יש למצוא המרווח הפנימי 28 כפול האי-זוגי                                                                                                     |
| L <sub>9</sub> | 1              | 9              | 36             | 84             | כשהמרווחים מ 0 ל 9 ל 18 ל 27 ... יש למצוא המרווח הפנימי 36 כפול האי-זוגי                                                                                                     |

---

## חזרה

יש לסכם.

למרווחים האי-זוגיים,

כמו בין 0 ל 3 ל 6 ל 9... וכמו בין 5 ל 10 ל 15 ל 20... וכמו בין 7 ל 14 ל 21 ל 28.. וכן הלאה.  
לאלו התמקדות לעצמה, (הגם שכמעט אותו הדבר לכל המרווחים).

- איך למצוא המספר האי זוגי השייך לאותו מרווח?

○ מה הוא האי זוגי למרווח שבין 35 ל 42 ?

○ פשוט!  $35 = 5 * 7$  ו  $42 = 6 * 7$  אם כן  $11 = 6 + 5$

- איך למצוא סך המספרים שבמרווח?

○ למשל, מה הוא סכום המספרים שבין 35 ל 42?

סך הקצוות, כפול חצי הפריטים שבמרווח.

$$231 = 77 + 42 = 77 ; 3 = (6/2) * 77 \text{ זוגות-מספרים במרווח, כפול } 77 = 231$$

עוד דרך אחרת:

- איך למצוא סך המספרים שבמרווח?

○ סך המרווח הראשוני, כפול מספר אי-זוגי מתאים לאותו מרווח.

$$21 = 7 * 6/2 = 6 \text{ ועד } 1 \text{ מ } 7 \text{ (אלא } 0 \text{ עד } 7 \text{ אלא) מ } 1 \text{ ועד } 6 = 7 * 6/2 = 21$$

וכן בשיטה תוצרת בית, חצי הקטן של 7 כפול 7  $21 = 7 * 3 = 7$

למצוא האי-זוגי למרווח בין 35 ל 42:

$$35 = 5 * 7 , 42 = 6 * 7 ; 11 = 6 + 5$$

$$231 = 21 * 11 = \text{סכום למספרים שבמרווח}$$

נעבור למרווח הזוגי מ 0 ועד מספר זוגי.

- איך למצוא המספר האי זוגי השייך לאותו מרווח?

○ מה הוא האי זוגי למרווח שבין 72 ל 80 ?

$$72 = 8 * 9 \text{ ו } 80 = 10 * 8 \text{ אם כן } 19 = 10 + 9$$

- איך למצוא סך המספרים שבמרווח?

○ למשל, מה הוא סכום המספרים שבין 72 ל 80?

סך הקצוות, כפול חצי הפריטים שבמרווח.

$$532 = 76 + 80 = 152 ; 7 = (8 - 1) * 152/2 \text{ מספרים במרווח, כפול הממוצע } 76 = 532$$

עוד דרך אחרת:

- איך למצוא סך המספרים שבמרווח?

○ סך המרווח הראשוני, כפול מספר אי-זוגי מתאים לאותו מרווח.

$$28 = 7 * 8/2 = 7 \text{ ועד } 1 \text{ מ } 8 \text{ (אלא } 0 \text{ עד } 8 \text{ אלא) מ } 1 \text{ ועד } 7 = 7 * 8/2 = 28$$

למצוא האי-זוגי למרווח בין 72 ל 80:

$$72 = 8 * 9 , 80 = 10 * 8 ; 19 = 10 + 9$$

$$532 = 28 * 19 = \text{סכום למספרים שבמרווח}$$

ועוד דרך למצוא ה 19 למשל,

$$72 = 8 * 9 \text{ אותו } 9 \text{ ועוד המספר (העוקב) לאחריו כלומר, } 19 = 10 + 9$$

וכן

$$80 = 10 * 8 \text{ אותו } 10 \text{ ועוד המספר שלפניו כלומר, } 19 = 10 + 9$$