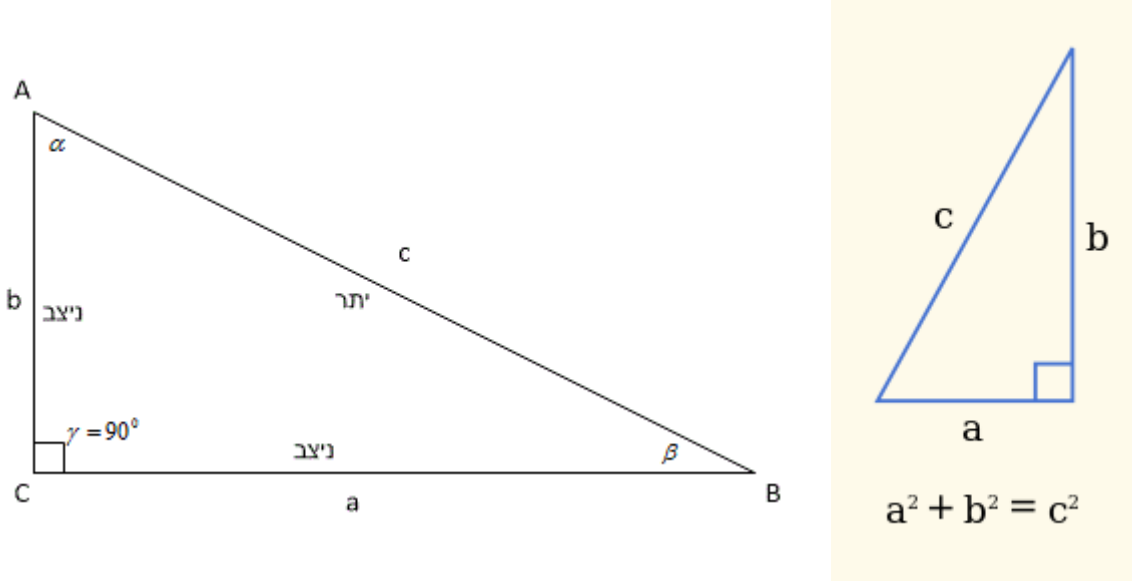


משחק המשולש ישר-זווית.

כל משולש ישר זווית, יש בו בלעדיות משלו. אנו נדע ממה מורכבת אחת הצלעות, ודרכה יהיה אפשר להגיע לשתי הצלעות הנותרות.



במה יש להתחשב?

בנוסחה המפורסמת.

$C^2 - A^2 = B^2$

או אם תרצו

$C^2 = A^2 + B^2$

ולהכיר בנוסחה שאינה מפורסמת!

$C = m^2 + n^2$; $A = m^2 - n^2$; $B = 2mn$

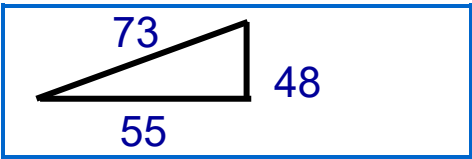
להעיר, כי תמיד צריך ש m יהיה גדול יותר מ n .
הסבר לאלו הנוסחאות.

למשל: כאשר $m = 8$ ו $n = 3$

$C = m^2 + n^2 = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$

$A = m^2 - n^2 = 8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$

$B = 2mn = 2 * 8 * 3 = 48$



כמובן שאני עושה מספר תרגילים לפני המשחק,
כך שיהיה המשחק "בהצלחה".
ולא עוד אלא... שאני אסדר לעצמי נוסחאות משנה.

מניפולציה!

אם כבר לרשותי הנוסחה

$C = m^2 + n^2$

אפשר להוסיף שתי נוסחאות לרשימה שלי

$m^2 = C - n^2$; $n^2 = C - m^2$

אם כבר לרשותי הנוסחה $A = m^2 - n^2$ אפשר להוסיף שתי נוסחאות לרשימה שלי $m^2 = A + n^2$; $n^2 = m^2 - A$	אם כבר לרשותי הנוסחה $B = 2mn$ אפשר להוסיף שתי נוסחאות לרשימה שלי $m = B/2n$; $n = B/2m$ [$2m = B/n$; $2n = B/m$]
--	---

המשחק מתחיל.

לרשותך אך ורק הנוסחאות האלו.

$C = m^2 + n^2$; $A = m^2 - n^2$; $B = 2mn$

ומובן מאליו, כי בראש שלך כבר שנונות נוסחאות המשנה.

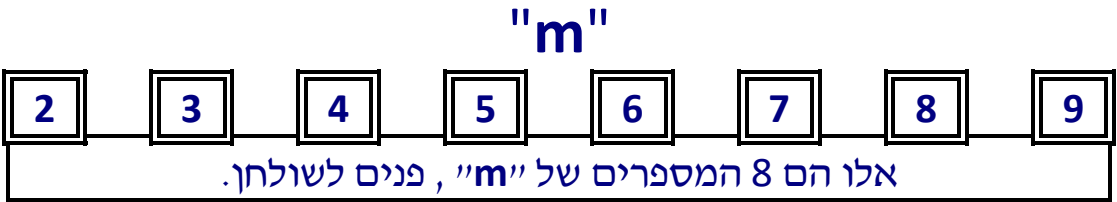
בעת המשחק, רשימה זו הכוללת **כל** המשולשים (ישר זווית) במספרים שלמים. רשימה זו, נמצאת ברשות החבר שלך, בעת המשחק.

m	n	C	B	A
2	1	5	4	3
3	1	10	6	8
3	2	13	12	5
4	1	17	8	15
4	2	20	16	12
4	3	25	24	7
5	1	26	10	24
5	2	29	20	21
5	3	34	30	16
5	4	41	40	9
6	1	37	12	35
6	2	40	24	32
6	3	45	36	27
6	4	52	48	20
6	5	61	60	11
7	1	50	14	48
7	2	53	28	45
7	3	58	42	40
7	4	65	56	33
7	5	74	70	24
7	6	85	84	13
8	1	65	16	63
8	2	68	32	60
8	3	73	48	55
8	4	80	64	48
8	5	89	80	39
8	6	100	96	28
8	7	113	112	15
9	1	82	18	80
9	2	85	36	77
9	3	90	54	72
9	4	97	72	65
9	5	106	90	56
9	6	117	108	45
9	7	130	126	32
9	8	145	144	17

- אם $m = 2$; אפשר לבנות משולש 1.
 - אם $m = 3$; אפשר לבנות 2 משולשים.
 - אם $m = 4$; אפשר לבנות 3 משולשים.
 - אם $m = 5$; אפשר לבנות 4 משולשים.
- וכן על זו הדרך.

בעת המשחק!

על השולחן מונחים 8 קלפים בשם "m" [המספרים מלמטה, ולא נראים]
 למעשה הן שתי קבוצות של 8 קלפים.
 הקבוצה של "m" והקבוצה של "n".
 והנה קבוצת המספרים של "m".



אני בוחר קלף ומודיע לחבר שלי.
 לזכור! לרשותי רשימת הנוסחאות.
 ולחבר שלי רשימת כל המשולשים האפשריים.
 לאחר שבידי הקלף של "m" שבחרתי מתוך 8 "m" שעל השולחן.
 אני מודיע לחבר שלי המספר שקבלתי.
 ועל החבר שלי לבחור לי התרגיל, שדרכו אוכל להשלים כל פרטי המשולש.
 למשל: אני מכריז כי קבלת $m = 8$
 החבר שלי מסתכל על הרשימה של המשולשים ומגלה כי יש 7 משולשים, שאפשר לבנות אותם
 בעזרת $m = 8$.

m	n	C	B	A
8	1	65	16	63
8	2	68	32	60
8	3	73	48	55
8	4	80	64	48
8	5	89	80	39
8	6	100	96	28
8	7	113	112	15

הוא בוחר בשבילי תא אחד מכל מה שברשימה. (תא שאינו שייך ל m)
 למשל, הוא מוסר לי $C = 73$
 ועלי להשלים כל זה

m	n	C	B	A
8	3	73	48	55

איך ?
 כמובן אני צריך להתאמן די טוב, להיות לי הצלחה במשחק!
 לזכור, כי כל מה שלרשותי, היא רשימת הנוסחאות.

$C = m^2 + n^2$
;
 $A = m^2 - n^2$
;
 $B = 2mn$

וכמובן כי בראש שלי כבר שנונות נוסחאות המשנה:

$m^2 = C - n^2$
;
 $n^2 = C - m^2$

 $m^2 = A + n^2$
;
 $n^2 = m^2 - A$

 $m = B/2n$
;
 $n = B/2m$

 $[2m = B/n$
;
 $2n = B/m]$

אז מה הבעיה?

אם יש לי C וגם m אז עלי להסתדר בנוסחה הכוללת C וגם m .

$$n^2 = C - m^2$$

$$73 - 8^2 = 73 - 64 = 9 \rightarrow n = 3$$

וזה מה שנשאר לי לעשות.

$$A = m^2 - n^2 ; B = 2mn$$

$$A = 8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$$

$$B = 2mn = 2 * 8 * 3 = 48$$

והכל מוכן!

m	n	C	B	A
8	3	73	48	55

בעזרת שני תאים, הגעתי למלאות שלושת התאים הנשארים.

ובאותה דרך אפשר להסתדר לכל תרגיל אשר יציע לי החבר!

עוד משל

למשל: אתה מכריז כי קבלת $m = 8$

החבר שלך מסתכל על הרשימה של המשולשים ומגלה כי יש 7 משולשים, שאפשר לבנות אותם

בעזרת $m = 8$.

הוא בוחר בשבילך תא אחד מכל מה שברשימה. (תא שאינו שייך ל m)

למשל, הוא מוסר לך $A = 55$

ועליך להשלים כל זה

m	n	C	B	A
8	3	73	48	55

איך ?

כמובן אתה צריך להתאמן די טוב, להיות לך הצלחה במשחק!

לזכור, כי כל מה שלרשותך, היא רשימת הנוסחאות.

$$C = m^2 + n^2 ; A = m^2 - n^2 ; B = 2mn$$

וכמובן כי בראש שלך כבר שנונות נוסחאות המשנה:

$$m^2 = C - n^2 ; n^2 = C - m^2$$

$$m^2 = A + n^2 ; n^2 = m^2 - A$$

$$m = B/2n ; n = B/2m$$

$$[2m = B/n ; 2n = B/m]$$

אז מה הבעיה?

אם יש לך A וגם m אז עליך להסתדר בנוסחה הכוללת A וגם m .

$$n^2 = m^2 - A$$

$$8^2 - 55 = 64 - 55 = 9 \rightarrow n = 3$$

וזה מה שנשאר לך לעשות.

$$C = m^2 + n^2 ; B = 2mn$$

$$C = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$$

$$B = 2mn = 2 * 8 * 3 = 48$$

והכל מוכן!

m	n	C	B	A
8	3	73	48	55

בעזרת שני תאים, הגעתי למלאות שלושת התאים הנשארים.

עד כאן, משחק-א

כאשר על השולחן נמצאו 8 קלפים של m .

משחק-ב

על השולחן מונחים 8 קלפים בשם "n" [המספרים מלמטה, ולא נראים]
והנה קבוצת המספרים של "n".

"n"

1	2	3	4	5	6	7	8
אלו הם 8 המספרים של "n", פנים לשולחן.							

להעיר, כי תמיד צריך ש m יהיה גדול יותר מ n .

אתה בוחר קלף ומודיע לחבר שלך.

לאחר שבידך הקלף של "n" שבחרת מתוך 8 "n" שעל השולחן.

אתה מודיע לחבר שלך המספר שקבלת.

ועל החבר שלך לבחור לך התרגיל, שדרכו תוכל להשלים כל פרטי המשולש.

למשל: אתה מכריז כי קבלת $n = 3$

החבר שלך מסתכל על הרשימה של המשולשים ומגלה כי יש הרבה $n = 3$

החל מ $n = 3$ ו $m = 4$ ועד $n = 3$ ו $m = 9$

הוא בוחר בשבילך תא אחד מכל מה שברשימה. (תא שאינו שייך ל n)

למשל, הוא מוסר לך $B = 36$

ועליך להשלים כל זה

m	n	C	B	A
6	3	45	36	27

איך ?

כמובן אתה צריך להתאמן די טוב, להיות לך הצלחה במשחק!

לזכור, כי כל מה שלרשותך, היא רשימת הנוסחאות.

$$C = m^2 + n^2 ; A = m^2 - n^2 ; B = 2mn$$

וכמובן כי בראש שלך כבר שנונות נוסחאות המשנה:

$$m^2 = C - n^2 ; n^2 = C - m^2$$

$$m^2 = A + n^2 ; n^2 = m^2 - A$$

$$m = B/2n ; n = B/2m$$

$$[2m = B/n ; 2n = B/m]$$

אז מה הבעיה?

אם יש לך B וגם n אז תסתדר בנוסחה הכוללת B וגם n .

$$m = B/2n$$

$$36/(2*3) = 36/6 = 6 \rightarrow m = 6$$

וזה מה שנשאר לך לעשות.

$$C = m^2 + n^2 ; A = m^2 - n^2$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$A = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

והכל מוכן!

m	n	C	B	A
6	3	45	36	27

בעזרת שני תאים, הגעת למלאות שלושת התאים הנשארים.

ובאותה דרך אפשר להסתדר לכל תרגיל אשר יציע לך החבר!

עוד משל

למשל: אתה מכריז כי קבלת $n = 6$

החבר שלך מסתכל על הרשימה של המשולשים ומגלה כי יש הרבה $n = 6$

החל מ $n = 6$ ו $m = 7$ ועד $n = 6$ ו $m = 9$

הוא בוחר בשבילך תא אחד מכל מה שברשימה. (תא שאינו שייך ל n)

למשל, הוא מוסר לך $C = 117$
ועליך להשלים כל זה

m	n	C	B	A
9	6	117	108	45

איך ?

כמובן אתה צריך להתאמן די טוב, להיות לך הצלחה במשחק!
לזכור, כי כל מה שלרשותך, היא רשימת הנוסחאות.

$$C = m^2 + n^2 ; A = m^2 - n^2 ; B = 2mn$$

וכמובן כי בראש שלך כבר שנונות נוסחאות המשנה:

$$m^2 = C - n^2 ; n^2 = C - m^2$$

$$m^2 = A + n^2 ; n^2 = m^2 - A$$

$$m = B/2n ; n = B/2m$$

$$[2m = B/n ; 2n = B/m]$$

אז מה הבעיה?

אם יש לך C וגם n אז תסתדר בנוסחה הכוללת C וגם n .

$$m^2 = C - n^2$$

$$117 - 6^2 = 117 - 36 = 81 \rightarrow m = 9$$

וזה מה שנשאר לך לעשות.

$$A = m^2 - n^2 ; B = 2mn$$

$$A = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$$

$$B = 2 * 9 * 6 = 108$$

והכל מוכן!

m	n	C	B	A
9	6	117	108	45

בעזרת שני תאים, הגעת למלאות שלושת התאים הנשארים.

עד כאן, משחק-ב

כאשר על השולחן נמצאו 8 קלפים של m .

משחק-ג

משחק זה, אני יכול לשחק בו, כאשר אין לי שום חבר.
אני לבד! ולפני שתי קבוצות קלפים פנים לשולחן.

קבוצת m וקבוצת n .

כל קבוצה לעצמה.

כל הקלפים פנים לשולחן.

"m"

2	3	4	5	6	7	8	9
אלו הם 8 המספרים של "m", פנים לשולחן.							

אני בוחר קלף אחד.

"n"

1	2	3	4	5	6	7	8
אלו הם 8 המספרים של "n", פנים לשולחן.							

אני בוחר קלף אחד.

להעיר, כי תמיד צריך ש m יהיה גדול יותר מ n .

ואם יצא לי

$$n \geq m$$

להחזיר אחד הקלפים לשולחן (או m או n), לערבב, ולבחור קלף תחליף.

למשל: אני מוצא כי אותו m שבחרתי $m = 4$; ואותו n שבחרתי $n = 3$
היות כי m גדול מ n . אפשר להמשיך!

לזכור, כי כל מה שלרשותי, היא רשימת הנוסחאות.

$$C = m^2 + n^2 ; A = m^2 - n^2 ; B = 2mn$$

וכמובן כי בראש שלי כבר שנונות נוסחאות המשנה:

$$m^2 = C - n^2 ; n^2 = C - m^2$$

$$m^2 = A + n^2 ; n^2 = m^2 - A$$

$$m = B/2n ; n = B/2m$$

$$[2m = B/n ; 2n = B/m]$$

במשחק זה, איני צריך נוסחאות המשנה.

אני עובד עם C, A, B עצמם.

$$C = m^2 + n^2$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$C = 25$$

$$A = m^2 - n^2$$

$$A = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

$$A = 7$$

$$B = 2mn$$

$$B = 2 * 4 * 3 = 24$$

$$B = 24$$

והכל מוכן!

m	n	C	B	A
4	3	25	24	7

וניתן לבדוק, אם אני בסדר!

$$C^2 = A^2 + B^2$$

$$25^2 = 7^2 + 24^2 = ...$$

$$625 = 49 + 576 \quad \checkmark$$

לזכור! $m > n$

להעשרת הידע!

m'

m + n

m = 8 ; n = 3

n'

m - n

הנה טבלה!

משמאל לימין

	אתם נעבוד	הנוסחה	הדוגמה שלנו	
1	C	$C = m^2 + n^2$	$73 = 8^2 + 3^2$	1
2	m	$m^2 = C - n^2$	$8^2 = 73 - 3^2$	
3	n	$n^2 = C - m^2$	$3^2 = 73 - 8^2$	
4	A	$A = m^2 - n^2$	$55 = 8^2 - 3^2$	2
5	m	$m^2 = n^2 + A$	$8^2 = 3^2 + 55$	
6	n	$n^2 = m^2 - A$	$3^2 = 8^2 - 55$	
7	B	$B = 2\ m\ n$	$48 = 2 \times 8 \times 3$	3
8	m	$2\ m = B / n$	$2 \times 8 = 48 / 3$	
9	n	$2\ n = B / m$	$2 \times 3 = 48 / 8$	
10	A	$A = m'\ n'$	$55 = 11 \times 5$	4
11	n'	$n' = A / m'$	$5 = 55 / 11$	
12	m'	$m' = A / n'$	$11 = 55 / 5$	
13	C	$2C = m'^2 + n'^2$	$2 \times 73 = 11^2 + 5^2$	5
14	n'	$n'^2 = 2C - m'^2$	$5^2 = 2 \times 73 - 11^2$	
15	m'	$m'^2 = 2C - n'^2$	$11^2 = 2 \times 73 - 5^2$	
16	B	$2B = m'^2 - n'^2$	$2 \times 48 = 11^2 - 5^2$	6
17	n'	$n'^2 = m'^2 - 2B$	$5^2 = 11^2 - 2 \times 48$	
18	m'	$m'^2 = n'^2 + 2B$	$11^2 = 5^2 + 2 \times 48$	
19	m	$2m^2 = C + A$	$2\ (8^2) = 73 + 55$	7
20	A	$A = 2m^2 - C$	$55 = 2\ (8^2) - 73$	
21	C	$C = 2m^2 - A$	$73 = 2\ (8^2) - 55$	
22	n	$2n^2 = C - A$	$2\ (3^2) = 73 - 55$	8
23	A	$A = C - 2n^2$	$55 = 73 - 2\ (3^2)$	
24	C	$C = A + 2n^2$	$73 = 55 - 2\ (3^2)$	
25	m'	$m'^2 = C + B$	$11^2 = 73 + 48$	9
26	B	$B = m'^2 - C$	$48 = 11^2 - 73$	
27	C	$C = m'^2 - B$	$73 = 11^2 - 48$	
28	n'	$n'^2 = C - B$	$5^2 = 73 - 48$	10
29	B	$B = C - n'^2$	$48 = 73 - 5^2$	
30	C	$C = B + n'^2$	$73 = 48 + 5^2$	
31	C	$A^2 + B^2 = C^2$	73, 55, 48	11
32	B	$C^2 - A^2 = B^2$	8, 3	
33	A	$C^2 - B^2 = A^2$	11, 5	
34	n'	$n' = m - n$	$5 = 8 - 3$	12
35	m	$m = n' + n$	$8 = 5 + 3$	
36	n	$n = m - n'$	$3 = 8 - 5$	
37	m'	$m' = m + n$	$11 = 8 + 3$	13
38	m	$m = m' - n$	$8 = 11 - 3$	
39	n	$n = m' - m$	$3 = 11 - 8$	
40	m	$2m = m' + n'$	$2 \times 8 = 11 + 5$	14
41	m'	$m' = 2m - n'$	$11 = 2 \times 8 - 5$	
42	n'	$n' = 2m - m'$	$5 = 2 \times 8 - 11$	
43	n	$2n = m' - n'$	$2 \times 3 = 11 - 5$	15
44	m'	$m' = 2n + n'$	$11 = 5 + 2 \times 3$	
45	n'	$n' = m' - 2n$	$5 = 11 - 2 \times 3$	

הגענו ל 45 נוסחאות שונות.
מה ביאור כל הנוסחאות?
הנה לפנינו דוגמה לאחת הנוסחאות

$2m^2 = C + A$

m	n	$2m^2 = C + A$	C	A	B	$n(2m)$
2	1		5	3	4	
3	1	$10 + 8 = 18$	10	8	6	$1 * 6$
3	2	$13 + 5 = 18$	13	5	12	$2 * 6$
4	1	$17 + 15 = 32$	17	15	8	$1 * 8$
4	2	$20 + 12 = 32$	20	12	16	$2 * 8$
4	3	$25 + 7 = 32$	25	7	24	$3 * 8$
5	1	$26 + 24 = 50$	26	24	10	$1 * 10$
5	2	$29 + 21 = 50$	29	21	20	$2 * 10$
5	3	$34 + 16 = 50$	34	16	30	$3 * 10$
5	4	$41 + 9 = 50$	41	9	40	$4 * 10$
6	1	$37 + 35 = 72$	37	35	12	$1 * 12$
6	2	$40 + 32 = 72$	40	32	24	$2 * 12$
6	3	$45 + 27 = 72$	45	27	36	$3 * 12$
6	4	$52 + 20 = 72$	52	20	48	$4 * 12$
6	5	$61 + 11 = 72$	61	11	60	$5 * 12$
7	1	$50 + 48 = 98$	50	48	14	$1 * 14$
7	2	$53 + 45 = 98$	53	45	28	$2 * 14$
7	3	$58 + 40 = 98$	58	40	42	$3 * 14$
7	4	$65 + 33 = 98$	65	33	56	$4 * 14$
7	5	$74 + 24 = 98$	74	24	70	$5 * 14$
7	6	$85 + 13 = 98$	85	13	84	$6 * 14$
8	1	$65 + 63 = 128$	65	63	16	$1 * 16$
8	2	$68 + 60 = 128$	68	60	32	$2 * 16$
8	3	$73 + 55 = 128$	73	55	48	$3 * 16$
8	4	$80 + 48 = 128$	80	48	64	$4 * 16$
8	5	$89 + 39 = 128$	89	39	80	$5 * 16$
8	6	$100 + 28 = 128$	100	28	96	$6 * 16$
8	7	$113 + 15 = 128$	113	15	112	$7 * 16$
9	1	$82 + 80 = 162$	82	80	18	$1 * 18$
9	2	$85 + 77 = 162$	85	77	36	$2 * 18$
9	3	$90 + 72 = 162$	90	72	54	$3 * 18$
9	4	$97 + 65 = 162$	97	65	72	$4 * 18$
9	5	$106 + 56 = 162$	106	56	90	$5 * 18$
9	6	$117 + 45 = 162$	117	45	108	$6 * 18$
9	7	$130 + 32 = 162$	130	32	126	$7 * 18$
9	8	$145 + 17 = 162$	145	17	144	$8 * 18$

אתה יכול להיעזר בטבלאות הבאות, ולייצור משחק-חכם בכוחות עצמך.
 $m = 8 ; n = 3 \dots m' = 11 ; n' = 5$

7 נוסחאות $\Rightarrow m$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
$8^2 = 73 - 3^2$	$m^2 = C - n^2$	m	C עם n
$8^2 = 3^2 + 55$	$m^2 = n^2 + A$	m	A עם n
$2 (8^2) = 73 + 55$	$2m^2 = C+A$	m	C עם A
$2 \times 8 = 48 / 3$	$2 m = B / n$	m	B עם m
$2 \times 8 = 11 + 5$	$2 m = m' + n'$	m	m' עם n'
$8 = 5 + 3$	$m = n' + n$	m	n' עם n
$8 = 11 - 3$	$m = m' - n$	m	m' עם n

7 נוסחאות.

7 נוסחאות $\Rightarrow n$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
$3^2 = 73 - 8^2$	$n^2 = C - m^2$	n	C עם m
$3^2 = 8^2 - 55$	$n^2 = m^2 - A$	n	A עם m
$2 (3^2) = 73 - 55$	$2n^2 = C- A$	n	C עם A
$2 \times 3 = 48 / 8$	$2 n = B / m$	n	B עם n
$2 \times 3 = 11 - 5$	$2 n = m' - n'$	n	m' עם n'
$3 = 8 - 5$	$n = m - n'$	n	n' עם m
$3 = 11 - 8$	$n = m' - m$	n	m' עם n

7 נוסחאות.

7 נוסחאות $\Rightarrow m'$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
$11^2 = 2 \times 73 - 5^2$	$m'^2 = 2C - n'^2$	m'	C עם n'
$11^2 = 5^2 + 2 \times 48$	$m'^2 = n'^2 + 2B$	m'	B עם n'
$11^2 = 73 + 48$	$m'^2 = C + B$	m'	C עם B
$11 = 2 \times 8 - 5$	$m' = 2m - n'$	m'	m עם n'
$11 = 5 + 2 \times 3$	$m' = 2n + n'$	m'	n עם n'
$11 = 55 / 5$	$m' = A / n'$	m'	A עם n'
$11 = 8 + 3$	$m' = m + n$	m'	m עם n

7 נוסחאות.

7 נוסחאות $\Rightarrow n'$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
$5^2 = 2 \times 73 - 11^2$	$n'^2 = 2C - m'^2$	n'	C עם m'
$5^2 = 11^2 - 2 \times 48$	$n'^2 = m'^2 - 2B$	n'	B עם m'
$5^2 = 73 - 48$	$n'^2 = C - B$	n'	C עם B
$5 = 2 \times 8 - 11$	$n' = 2m - m'$	n'	m עם m'
$5 = 11 - 2 \times 3$	$n' = m' - 2n$	n'	n עם m'
$5 = 55 / 11$	$n' = A / m'$	n'	A עם m'
$5 = 8 - 3$	$n' = m - n$	n'	m עם n

7 נוסחאות.

7 נוסחאות $\Rightarrow C$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
73, 55, 48	$A^2 + B^2 = C^2$	C	B עם A
$2 \times 73 = 11^2 + 5^2$	$2C = m'^2 + n'^2$	C	m' עם n'
$73 = 8^2 + 3^2$	$C = m^2 + n^2$	C	m עם n
$73 = 2(8^2) - 55$	$C = 2m^2 - A$	C	A עם m
$73 = 55 - 2(3^2)$	$C = A + 2n^2$	C	A עם n
$73 = 11^2 - 48$	$C = m'^2 - B$	C	m' עם B
$73 = 48 + 5^2$	$C = B + n'^2$	C	n' עם B

7 נוסחאות.

5 נוסחאות $\Rightarrow B$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
8, 3	$C^2 - A^2 = B^2$	B	A עם C
$2 \times 48 = 11^2 - 5^2$	$2B = m'^2 - n'^2$	B	m' עם n'
$48 = 2 \times 8 \times 3$	$B = 2mn$	B	m עם n
$48 = 11^2 - 73$	$B = m'^2 - C$	B	m' עם C
$48 = 73 - 5^2$	$B = C - n'^2$	B	n' עם C

5 נוסחאות.

ובכך אפשר להשלים 7 נוסחאות.

$m = 8 ; n = 3$

$73, 55, 48$

B	$(73 - 50) + 5^2 = 48$
B	$(73 - 55) + (55 - 25) = 48$

תרגיל-ב

$m = 9 ; n = 4$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
9, 4	$C^2 - A^2 = B^2$	B	A עם C
$2 \times 72 = 13^2 - 5^2$	$2B = m'^2 - n'^2$	B	m' עם n'
$72 = 2 \times 9 \times 4$	$B = 2mn$	B	m עם n
$72 = 13^2 - 97$	$B = m'^2 - C$	B	C עם m'
$72 = 97 - 5^2$	$B = C - n'^2$	B	C עם n'

5 נוסחאות.

ובכך אפשר להשלים 7 נוסחאות.

$m = 9 ; n = 4$

$97, 65, 72$

B	$(97 - 50) + 5^2 = 72$
B	$(97 - 65) + (65 - 25) = 72$

ובכך אפשר להשלים 7 נוסחאות.

$C = m^2 + n^2 ; A = m^2 - n^2 ; B^2 = 4 m^2 n^2 ; B = 2 m n ; m n = \frac{1}{2} B$

$(m * m') - (n' * m) = 72$

$(9 * 13) - (5 * 9) = 72$

$9 - (13 - 5) = 72$

$B = m (m' - n') = 72$

5 נוסחאות $\Rightarrow A$

כפי הדוגמה	נוסחאות	$\downarrow = ?$	לרשותנו
$55 = 8^2 - 3^2$	$A = m^2 - n^2$	A	m עם n
$55 = 11 \times 5$	$A = m' n'$	A	m' עם n'
$55 = 2 (8^2) - 73$	$A = 2m^2 - C$	A	C עם m
$55 = 73 - 2 (3^2)$	$A = C - 2n^2$	A	C עם n
11, 5	$C^2 - B^2 = A^2$	A	C עם B

$m \Rightarrow 7, n \Rightarrow 7, m' \Rightarrow 7, n' \Rightarrow 7$
$C \Rightarrow 7, B \Rightarrow 5, A \Rightarrow 5$

סך הכל 45 נוסחאות.
בתוספת הניסיונות שלנו לעשות $5 \leftarrow 7$.

הידעת כי..

אנו נשתמש במספרים המוכרים לנו, להבנת הנוסחאות החדשות.

$m = 8 ; n = 3$

כלומר: $A = m' n'$ זהו ערך הצלע A. $(n - m) (n + m) = A$
 $55 = 5 * 11 = (3 - 8) (3 + 8) = A$

כלומר: $2C = m'^2 + n'^2$ זהו ערך, פעמיים הצלע C. $(n - m)^2 + (n + m)^2 = 2C$
 $73 = C$ $146 = 25 + 121 = (3 - 8)^2 + (3 + 8)^2 = 2C$

כלומר: $2B = m'^2 - n'^2$ זהו ערך, פעמיים הצלע B. $(n - m)^2 - (n + m)^2 = 2B$
 $48 = B$ $96 = 25 - 121 = (3 - 8)^2 - (3 + 8)^2 = 2B$