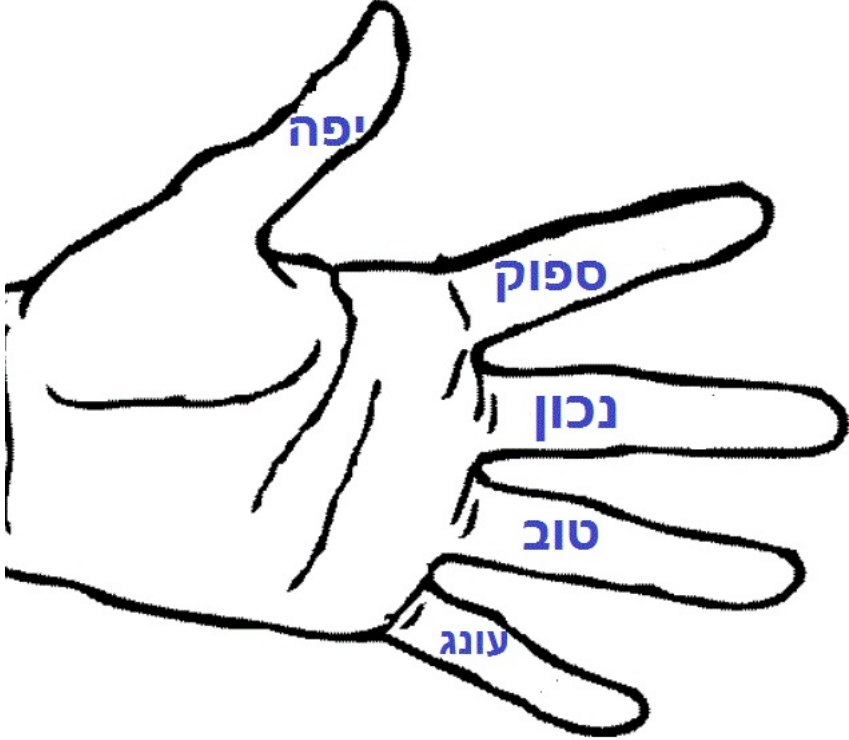


פולחן של מאיר.

	<p>טוב = 17 נכון = 126 יפה = 95 עונג = 129 ספוק = 246</p> <p>סך הכל 613 תרי"ג</p>
---	---

טוב ונכון ויפה, עונג וסיפוק.

הטיית ארבע!

-	איטיות	מהירות	+
הרצוי	מתון	זריז	הרצוי
הפסול	עצל	פזיז	הפסול

כמובן! כי "יש עצל ונשכר" ויש "זריז ונפסד".

יש הרבה תכונות הנשקלות ב"הטיית ארבע"
 לרבות "מקום וזמן" מתאים או לא!
 כמובן, ימים ידברו עד שיעלה בדעתנו להכיר בהשתייכות עניין לעניין,
 שלילי-חיובי או רצוי-פסול.
 במילים אחרות, זה לא מובן מאליו
 כי כל תכונה, אינה אלא חלק "מהטיית ארבע".

**העולם מכיר שני הפכים. כמו "עצל וזריז"
 קצת מן האור דוחה הרבה מן החושך.**

דפים אלו מגישות המשולש של פסקל לכל גוונים.
וכמובן כולל גם ליקוטים מהאינטרנט.
אך בעיקר, כולל העבודה החדשנית
דברים שלא חדשו אותם אחרים.

אתם מעצמכם תחושו שיש קסם מה בעולם המספרים.

עד שנגיע לדברים עמוקים יותר, יש להתחיל מההתחלה.
והנה המשולש של פסקל, ולמה נקרא משולש.

				1					
			1	1					
		1	2	1					
	1	3	3	1					
	1	4	6	4	1				
	1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1			

$$4 + 6 = 10$$

כי בנוי בצורת משולש

וגם אפשר לומר

אודות מה שלימדו אותנו בבית ספר

כי יש כאן שייכות בין שלושה תאים בצורת משולש.

המשולש של פסקל.

פרק א

איך, סך המספרים האי זוגיים בונים הריבוע? בונים כל ריבוע!

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$1 + 3 = 4$		$4 + 5 + 7 = 16$		$16 + 9 + 11 = 36$		$36 + 13 + 15 = 64$		$64 + 17 + 19 = 100$		
2^2		4^2		6^2		8^2		10^2		
1	$1 + 3 + 5 = 9$		$9 + 7 + 9 = 25$		$25 + 11 + 13 = 49$		$49 + 15 + 17 = 81$		$81 + 19 + 21 = 121$	
1^2	3^2		5^2		7^2		9^2		11^2	

במילים אחרות

$1^2 = 1$
$2^2 = 1 + 3$
$3^2 = 1 + 3 + 5$
$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$
$5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$
$6^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$
$7^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$
$8^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$
$9^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$
$10^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$
$11^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$
$12^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23$
$13^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25$

אבל גם דרך הלוח שלנו, יהיה אפשר להגיע לכל ריבוע!
בלוח פסקל בעמודה-2 וגם בעמודה-3

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₂	1	2	1							$6 + 10 = 16$			
L ₃	1	3	3	1						$20 - 4 = 16$			
L ₄	1	4 ²	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1				$36 + 45 = 81$			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1			$165 - 84 = 81$			
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9 ²	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	

אנו כבר יודעים כי עמודה-1 כוללת כל המספרים (1, 2, 3, ...).
 כלומר, כל מספר (מעמודה-1) הריבוע שלו, הוא סך שני תאים בעמודה-2.

הסבר!

L ₈	1	8	28
L ₉	1	9 ²	36
L ₁₀	1	10	45

ממה מורכב 36 ? מ $8/2 * 9 = 4 * 9$
 ממה מורכב 45 ? מ $10/2 * 9 = 5 * 9$
 נמצא $(5 + 4) * 9 = (5 * 9) + (4 * 9) = 45 + 36$
 כלומר $9 * 9$!

הסבר!

L ₃	1	3	3
L ₄	1	4 ²	6
L ₅	1	5	10

ממה מורכב 6 ? מ $3 * 2 = 3 * 4/2$
 ממה מורכב 10 ? מ $5 * 2 = 5 * 4/2$
 נמצא $(5 + 3) * 2 = (5 * 2) + (3 * 2) = 10 + 6$
 כלומר $4 * 4 = 8 * 2$!

הסבר ללוח הזה

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1 + 3 = 4		4 + 5 + 7 = 16		16 + 9 + 11 = 36		36 + 13 + 15 = 64		64 + 17 + 19 = 100		
2 ²		4 ²		6 ²		8 ²		10 ²		
1	1 + 3 + 5 = 9		9 + 7 + 9 = 25		25 + 11 + 13 = 49		49 + 15 + 17 = 81		81 + 19 + 21 = 121	
1 ²	3 ²		5 ²		7 ²		9 ²		11 ²	

אם אני רוצה למצוא ריבוע המספר 8 שבעמודה-1. (ללא הלוח) עלי לייצור שני מספרים, ולחבר אותם. איך?

- 1- הזוגי, כפול המספר שלמעלה ממנו, ולחלק לשניים.
 - 2- הזוגי, כפול המספר שלמטה ממנו, ולחלק לשניים.
- למשל: הריבוע של 8:

$$(8 \times 7) \div 2 = 28 ; (8 \times 9) \div 2 = 36$$

והנה $64 = 36 + 28$ שהוא 8².

אם אני רוצה למצוא ריבוע המספר 9 שבעמודה-1. (ללא הלוח) עלי לייצור שני מספרים, ולחבר אותם. איך?

- 1- האי-זוגי, כפול חצי המספר שלמעלה ממנו, ולחלק לשניים.
 - 2- האי-זוגי, כפול חצי המספר שלמטה ממנו, ולחלק לשניים.
- למשל: הריבוע של 9:

$$(9 \times 8) \div 2 = 36 ; (9 \times 10) \div 2 = 45$$

והנה $81 = 45 + 36$ שהוא 9^2 .
טיפ! כל שני מספרים עוקבים, ואחד מהם זוגי. אכן כדאי לחלק ב 2 קודם הכפל.
 לאור ה"טיפ"
 למשל: הריבוע של 8:

$$8/2 \times 7 = 28 ; 8/2 \times 9 = 36$$

והנה $64 = 36 + 28$ שהוא 8^2 .
 למשל: הריבוע של 9:

$$9 \times 8/2 = 36 ; 9 \times 10/2 = 45$$

והנה $81 = 45 + 36$ שהוא 9^2 .

לימוד חדש.

להזכיר, כי כל מספר (תא) בעמודה-2 הוא סך העמודה-1. למשל,
 36 הנמצא בעמודה-2, וכן 45 הנמצא בעמודה-2, אינם אלא

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

ואם כן הם פני הדברים, אנו נוכל להסיק מסקנות ולהרחיק לכת, על חשבון תופעה זו.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 9 = 81$$

המסקנה, אנו רשאים לחבר כמות מספרים זוגיים (עוקבים)
 ולהוסיף להם חצי הזוגי הבא, ולקבל מכל זה מספר בריבוע.

$$2 + 4 + 6 + 8 + 5 = 25$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 6 = 36$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 7 = 49$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 8 = 64$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 9 = 81$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 10 = 100$$

וכן להפך. יכולים לשאול מאיזה מספרים זוגיים מורכב הריבוע 81?
 אנו נתחיל ב 9

$$9 + (2*8) + (2*7) + (2*6) + (2*5) + (2*4) + (2*3) + (2*2) + (2*1) = 81$$

חידוש.

שייך למצוא הריבוע גם דרך העמודה-3

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃		C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₂	1	2	1		2									
L ₃	1	3	3	1	3									
L ₄	1	4	6	4	4									
L ₅	1	5	10	10	5 ²	10 + 15 = 25				35 - 10 = 25				
L ₆	1	6	15	20	6 ²	15 + 21 = 36				56 - 20 = 36				
L ₇	1	7	21	35	7 ²	21 + 28 = 49				84 - 35 = 49				
L ₈	1	8	28	56	8 ²	28 + 36 = 64				120 - 56 = 64				
L ₉	1	9	36	84	9 ²	36 + 45 = 81				165 - 84 = 81				
L ₁₀	1	10	45	120	10 ²	45 + 55 = 100				220 - 120 = 100				
L ₁₁	1	11	55	165										
L ₁₂	1	12	66	220										
L ₁₃	1	13	78	286										

נשאלת השאלה.

אנו כבר גילינו מצאנו כי סך

מ 1 ועד 5 למשל, יש להסתכל בעמודה-2

(בתא החמישי)

את זה אנו כבר יודעים.

אך מה עם סך

מ 1² ועד 5² למשל?

האם הלוח שלנו יכול לתת לנו אותו סך?

בוודאי!

ולא עוד אלא, התשובה תהיה ב"זוג ופרד"

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₀	1								
L ₁	1	1 ²							
L ₂	1	2 ²	1						
L ₃	1	3 ²	3	1					
L ₄	1	4 ²	6	4	1				
L ₅	1	5 ²	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 20 + 35 = 55$$

במילים אחרות

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 20 + 35$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 20 + 35$$

ה 4^2 הנמצא בתא הרביעי, לעומתו 20 נמצא בתא הרביעי.
 ה 5^2 הנמצא בתא החמישי, לעומתו 35 נמצא בתא החמישי.

חידוש. שייך למצוא סך הריבועים גם דרך העמודה-4

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₀	1								
L ₁	1	1 ²							
L ₂	1	2 ²	1						
L ₃	1	3 ²	3	1					
L ₄	1	4 ²	6	4	1				
L ₅	1	5 ²	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1

$$70 - 15 = 55$$

הבה ונבחין צעד אחר צעד

משמאל לימין, לכל לוח.

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²			
L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2 ²	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1	
L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5 ²	10	10	5
L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
כאן אנו רואים מ 1^2 עד $2^2 = 4 + 1$					כאן אנו רואים מ 1^2 עד $3^2 = 4 + 10$					כאן אנו רואים מ 1^2 עד $4^2 = 10 + 20$					כאן אנו רואים מ 1^2 עד $5^2 = 20 + 35$								

5 =	מ 1^2 עד $2^2 = 4 + 1$	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		
14 =	מ 1^2 עד $3^2 = 4 + 10$	L ₁	1	1 ²			L ₁	1	1 ²				
30 =	מ 1^2 עד $4^2 = 10 + 20$	L ₂	1	2 ²	1		L ₂	1	2 ²	1			
55 =	מ 1^2 עד $5^2 = 20 + 35$	L ₃	1	3 ²	3	1	L ₃	1	3 ²	3	1		
91 =	מ 1^2 ועד $6^2 = 35 + 56$	L ₄	1	4 ²	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1
140 =	מ 1^2 ועד $7^2 = 56 + 84$	L ₅	1	5 ²	10	10	5	L ₅	1	5 ²	10	10	5
בלוח מימין אנו רואים מ 1^2 ועד $7^2 = 56 + 84$		L ₆	1	6 ²	15	20	15	L ₆	1	6 ²	15	20	15
		L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7 ²	21	35	35
		L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
		L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126

$$1^2 + 2^2 = 1 + 4$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 4 + 10$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 10 + 20$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 20 + 35$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 35 + 56$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 56 + 84$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 84 + 120$$

את הקטע הזה אנו כבר מכירים.

1	7	21	35	35	21
1	8	28	56	70	56
1	9 ²	36	84	126	126
1	10	45	120	210	252
1	11	55	165	330	462
1	12	66	220	495	792

ומה עם המשולש השייך לאותו מספר?

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

לשים לב! כי כל מספר הכלול במשולש של 7

הוא מספר המתחלק ב 7.

אלא שכעת אנו עסוקים בריבועים.

אכן מה ניתן לגלות?

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
L ₀	1												
L ₁	1	1											
L ₂	1	2	1										
L ₃	1	3	3	1									
L ₄	1	4	6	4	1								
L ₅	1	5	10	10	5	1							
L ₆	1	6	15	20	15	6	1						
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1					
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
L ₉	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
L ₁₀	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
L ₁₁	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
L ₁₂	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
$21 + 28 = 1 * 49$ $35 + 210 = 5 * 49$ $70 + 126 = 4 * 49$ $7 + 924 = 19 * 49$ $28 + 462 = 10 * 49$ $84 + 210 = 6 * 49$							$84 - 35 = 1 * 49$ $462 - 21 = 9 * 49$ $252 - 56 = 4 * 49$						

ברור כי טמונים כאן הרבה 49.
אבל

אין זה אלא במספרים הראשונים.

0	1	2	3	4	5
1	7	21	35	35	21
1	8	28	56	70	56
1	9	36	84	126	126
1	10	45	120	210	252
1	11	55	165	330	462
1	12	66	220	495	792
1	13	78	286	715	1287
1	14	91	364	1001	2002
1	15	105	455	1365	3003

$$45 + 55 = 100$$

$$220 - 120 = 100$$

יותר מזה אין לצפות.

הבה ונראה מה כוללת עמודה-3 לעניין הריבועים.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃		C ₁
L ₁	1	1				1
L ₂	1	2	1			2
L ₃	1	3	3	1	10 - 1 = 9	3 ²
L ₄	1	4	6	4	20 - 4 = 16	4 ²
L ₅	1	5	10	10	35 - 10 = 25	5 ²
L ₆	1	6	15	20	56 - 20 = 36	6 ²
L ₇	1	7	21	35	84 - 35 = 49	7 ²
L ₈	1	8	28	56	120 - 56 = 64	8 ²
L ₉	1	9	36	84		9
L ₁₀	1	10	45	120		10

בקפיצת תאים לסירוגין, אנו יכולים להגיע לריבוע. המספרים האלו הנמצאים בעמודה-3,

1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, ...

$10 - 1 = 9 = 3^2$	$20 - 4 = 16 = 4^2$
$35 - 10 = 25 = 5^2$	$56 - 20 = 36 = 6^2$
$84 - 35 = 49 = 7^2$	$120 - 56 = 64 = 8^2$

פרק ב

את זה ראינו, אך לא קבלנו הסבר.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₀	1								
L ₁	1	1 ²							
L ₂	1	2 ²	1						
L ₃	1	3 ²	3	1					
L ₄	1	4 ²	6	4	1				
L ₅	1	5 ²	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1

סך, מ 1² ועד 5² = 20 + 35 = 55

הסבר!

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₀	1								
L ₁	1	1 ²							
L ₂	1	2 ²	1						
L ₃	1	3 ²	3	1					
L ₄	1	4 ²	6	4	1				
L ₅	1	5 ²	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1

20 הוא סך שני הריבועים 2² + 4²

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
L ₀	1								
L ₁	1	1 ²							
L ₂	1	2 ²	1						
L ₃	1	3 ²	3	1					
L ₄	1	4 ²	6	4	1				
L ₅	1	5 ²	10	10	5	1			
L ₆	1	6	15	20	15	6	1		
L ₇	1	7	21	35	35	21	7	1	
L ₈	1	8	28	56	70	56	28	8	1

35 הוא סך שלושת הריבועים 1² + 3² + 5²

נתמקד ב 3 תאים בעמודה-3

L ₇	1	7 ²	21	35	35	לפנינו 3 תאים 84, 120, 165 $165 - 84 = 81 = 9^2$ $165 + 120 = 1^2 \rightarrow 9^2$ $120 + 84 = 1^2 \rightarrow 8^2$
L ₈	1	8 ²	28	56	70	
L ₉	1	9 ²	36	84	126	
L ₁₀	1	10	45	120	210	
L ₁₁	1	11	55	165	330	
L ₁₂	1	12	66	220	495	

לראות סך הריבועים, מקרוב יותר!

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1				L ₁	1	1 ²				L ₁	1	1 ²			
L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2	1			L ₂	1	2 ²	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1		L ₃	1	3 ²	3	1	
L ₄	1	4 ²	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4 ²	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5 ²	10	10	5	L ₅	1	5 ²	10	10	5
L ₆	1	6 ²	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6 ²	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7 ²	21	35	35	L ₇	1	7 ²	21	35	35
L ₈	1	8 ²	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8 ²	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9 ²	36	84	126	L ₉	1	9 ²	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330
$2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 = 120$					$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2 = 165$					זוגי לחוד, ואי-זוגי לחוד.							

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
L ₁	1	1				L ₁	1	1				L ₁	1	1			
L ₂	1	2 ²	1			L ₂	1	2	1			L ₂	1	2	1		
L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1		L ₃	1	3	3	1	
L ₄	1	4 ²	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1	L ₄	1	4	6	4	1
L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5	L ₅	1	5	10	10	5
L ₆	1	6 ²	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15	L ₆	1	6	15	20	15
L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35	L ₇	1	7	21	35	35
L ₈	1	8 ²	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70	L ₈	1	8	28	56	70
L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126	L ₉	1	9	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210	L ₁₀	1	10	45	120	210
L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330	L ₁₁	1	11	55	165	330
$2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 = 120$					$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 = 120$					$1 + 7 + 28 + 84 = 120$							

וכמובן

L ₉	1	9	36	84	126
L ₁₀	1	10	45	120	210

פרק ג

אנו כל כך דבקים בלוח של פסקל
 ובוודאי שפסקל לא חשב לכלול בלוח שלו כל מה שאנו עוסקים בו.
 אכן הבה וננסה לעשות לנו לוח משלנו.
 ונקרא לעצמנו "ננס על גבי ענק".

ועוד לוח, מתוצרת בית.

#	C_0	C_1	C_2	.
L_0	2	1		
L_1	2	3	1	$3 + 1 = 4$
L_2	2	5	4	$5 + 4 = 9$
L_3	2	7	9	$7 + 9 = 16$
L_4	2	9	16	$9 + 16 = 25$
L_5	2	11	25	$11 + 25 = 36$
L_6	2	13	36	$13 + 36 = 49$
L_7	2	15	49	$15 + 49 = 64$
L_8	2	17	64	$17 + 64 = 81$
L_9	2	19	81	$19 + 81 = 100$
L_{10}	2	21	100	$21 + 100 = 121$
L_{11}	2	23	121	$23 + 121 = 144$
L_{12}	2	25	144	$25 + 144 = 169$
L_{13}	2	27	169	$27 + 169 = 196$

ממש כמו בניין לוח פסקל.

שני תאים צמודים = התא התחתון מימין.

ומה שנתחדש כאן?

בעמודה-1, כל המספרים, הם המספרים האי-זוגיים.
 ובעמודה-2, כל המספרים "בריבוע".

אנו לא קבענו כי בעמודה-1 יימצאו האי-זוגיים
 וגם אנו לא קבענו כי בעמודה-2 יימצאו הריבועים
 אלא זו תוצאה מהיות המספר 2 בעמודה-0

והנה הסבר

#	C ₀	C ₁	C ₂	איך מגיעים לריבוע
L ₀	2	1		
L ₁	2	3	1	3 + 1 = 4
L ₂	2	5	4	5 + 4 = 9

בשורה-0 חיברנו 2 ועוד 1, וקיבלנו 3 שבעמודה-1
 בשורה-1 חיברנו 2 ועוד 3, וקיבלנו 5 שבעמודה-1
 וכן בשורה-1 חיברנו 3 ועוד 1, וקיבלנו 4 שבעמודה-2
 בקיצור,

יצא לנו בעמודה-1 1, 3, 5, ... וכל האי-זוגיים.
 יצא לנו בעמודה-2 1, 4, 9, ... וכל הריבועים.

וכעת נזכר בלוח הראשון שראינו.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1 + 3 = 4		4 + 5 + 7 = 16		16 + 9 + 11 = 36		36 + 13 + 15 = 64		64 + 17 + 19 = 100		
2 ²		4 ²		6 ²		8 ²		10 ²		
1	1 + 3 + 5 = 9		9 + 7 + 9 = 25		25 + 11 + 13 = 49		49 + 15 + 17 = 81		81 + 19 + 21 = 121	
1 ²	3 ²		5 ²		7 ²		9 ²		11 ²	

זה מה שאנו פוגשים
 בעמודה "איך מגיעים לריבוע"

#	C ₀	C ₁	C ₂	איך מגיעים לריבוע
L ₀	2	1		
L ₁	2	3	1	3 + 1 = 4
L ₂	2	5	4	5 + 4 = 9
L ₃	2	7	9	7 + 9 = 16
L ₄	2	9	16	9 + 16 = 25
L ₅	2	11	25	11 + 25 = 36

"איך מגיעים לריבוע" עמודה זו כוללת 3 תאים
 למשל

#	C ₀	C ₁	C ₂	איך מגיעים לריבוע
L ₂	2	5	4	5 + 4 = 9
L ₃	2	7	9	7 + 9 = 16

האם זה הכל ? חכו! יש עוד דיוקים בלוח שלנו. מה למשל?

#	C ₀	C ₁	C ₂
L ₀	2	1	
L ₁	2	3	1
L ₂	2	5	4
L ₃	2	7	9
L ₄	2	9	16
L ₅	2	11	25
L ₆	2	13	36
L ₇	2	15	49
L ₈	2	17	64
L ₉	2	19	81
L ₁₀	2	21	100
L ₁₁	2	23	121
L ₁₂	2	25	144
L ₁₃	2	27	169
L ₁₄	2	29	196
L ₁₅	2	31	225
L ₁₆	2	33	256
L ₁₇	2	35	289
L ₁₈	2	37	324
L ₁₉	2	39	361
L ₂₀	2	41	400
L ₂₁	2	43	441
L ₂₂	2	45	484
L ₂₃	2	47	529
L ₂₄	2	49	625

עמודה-1 פחות מספר השורה

למשל,

המספר 9 בעמודה-1

הוא נמצא בשורה-4

$$5 = 4 - 9$$

מה זה 5?

מעבר ל 5 תאים משורה-4

כלומר בשורה-9

אנו נגיע ל 81

שפה משלנו

כל מספר אי-זוגי

מורכב משני חצאים

חצי-גדול וחצי קטן.

$$9 = 5 + 4$$

או נספור 5 תאים למטה

או נדלג 4 תאים למטה

ונגיע איפה שנמצא 81

עוד תרגיל

כמה רחוק 121 מ 11

11 נמצא בשורה-5

$$6 = 5 - 11$$

לספור 6 תאים

25, 36, 49, 64, 81, 100

ואז מגיעים

ל 121.

שפה משלנו

כל מספר אי-זוגי

מורכב משני חצאים

חצי-גדול וחצי קטן.

$$11 = 6 + 5$$

או נספור 6 תאים למטה

או נדלג 5 תאים למטה

ונגיע איפה שנמצא 121

עוד אפשרות, ומגיעים לאותה תוצאה.

#	C ₀	C ₁	C ₂
L ₀	2	1	
L ₁	2	3	1
L ₂	2	5	4
L ₃	2	7	9
L ₄	2	9	16
L ₅	2	11	25
L ₆	2	13	36
L ₇	2	15	49
L ₈	2	17	64
L ₉	2	19	81
L ₁₀	2	21	100
L ₁₁	2	23	121
L ₁₂	2	25	144
L ₁₃	2	27	169
L ₁₄	2	29	196
L ₁₅	2	31	225
L ₁₆	2	33	256
L ₁₇	2	35	289
L ₁₈	2	37	324
L ₁₉	2	39	361
L ₂₀	2	41	400
L ₂₁	2	43	441
L ₂₂	2	45	484
L ₂₃	2	47	529

אפשר לעשות
"השורה + 1"
ומקבלים המרחק!
בשורה-4 נמצא המספר 9
אנו נעשה 4 ועוד 1
ומקבלים 5.
5 תאים:
16, 25, 36, 49, 64
ומגיעים ל 81.

בשורה-5 נמצא המספר 11
אנו נעשה 5 ועוד 1
ומקבלים 6.
6 תאים:
25, 36, 49, 64, 81, 100
ומגיעים ל 121

אפשר לעשות
"השורה + 1"
ומקבלים המרחק!
בשורה-10 נמצא המספר 21
אנו נעשה 10 ועוד 1
ומקבלים 11.
11 תאים:
100, 121, 144, 169, 196,
225, 256, 289, 324, 361, 400
ומגיעים ל 441.

ואם רוצים

#	C ₀	C ₁	C ₂
L ₀	2	1	
L ₁	2	3	1
L ₂	2	5	4
L ₃	2	7	9
L ₄	2	9	16
L ₅	2	11	25
L ₆	2	13	36
L ₇	2	15	49
L ₈	2	17	64
L ₉	2	19	81
L ₁₀	2	21	100
L ₁₁	2	23	121
L ₁₂	2	25	144
L ₁₃	2	27	169
L ₁₄	2	29	196
L ₁₅	2	31	225
L ₁₆	2	33	256
L ₁₇	2	35	289
L ₁₈	2	37	324
L ₁₉	2	39	361
L ₂₀	2	41	400
L ₂₁	2	43	441
L ₂₂	2	45	484
L ₂₃	2	47	529

עמודה-1 פחות מספר השורה

למשל,
המספר 9 בעמודה-1
הוא נמצא בשורה-4
 $5 = 4 - 9$

אנו יכולים לחבר
אותו 5 שקבלנו
לשורה-4
5 ועוד 4 = 9
ולהגיע לשורה-9
ושם נמצא 81

ואם רוצים
למצוא הריבוע של 9
להסתכל ישירות בשורה-9
ושם נמצא 81

עוד תרגיל
למשל,

המספר 11 בעמודה-1
הוא נמצא בשורה-5
 $6 = 5 - 11$

אנו יכולים לחבר
אותו 6 שקבלנו
לשורה-5
6 ועוד 5 = 11
ולהגיע לשורה-11
ושם נמצא 121

ואם רוצים
למצוא הריבוע של 11
להסתכל ישירות בשורה-11
ושם נמצא 121

ולא נשאר לנו אלא להכיר סך העמודות.
 סך המספרים האי-זוגיים, נותן תמיד מספר בריבוע

#	C ₀	C ₁	C ₂
	1		
L ₀	2	1	
L ₁	2	3	1
L ₂	2	5	4
L ₃	2	7	9
L ₄	2	9	16
L ₅	2	11	25
L ₆	2	13	36
L ₇	2	15	49

כאן אנו רואים, באיזו דרך מוצאים סך העמודה.

ואם רוצים למצוא סך הריבועים
 עלינו להוסיף עוד עמודה.

#	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	
	1				
L ₀	2	1			
L ₁	2	3	1		
L ₂	2	5	4	1	
L ₃	2	7	9	5	
L ₄	2	9	16	14	
L ₅	2	11	25	30	
L ₆	2	13	36	55	
L ₇	2	15	49	91	

מה יש לנו בעמודה-3?

$$1 + 4 = 5$$

$$1 + 4 + 9 = 14$$

$$1 + 4 + 9 + 16 = 30$$

וכן הלאה, וכן הלאה!

עד כאן, מעשה ידי להתפאר!

איני יודע אם דברים אלו מצויים בספרים כל שהם. אכן כדאי לפרסם
האתר שלנו, ולזכות לאותם שהיו מוכנים לפט לזכות לידע חדשני זה!

האם תוכלו לעשות זאת שביי?
אפשר ככלל החברים שלכם,
יש המתעניינים
במה שאנו עוסקים בו?

שתצליחו, בהקנת החומר ובפרסומו!

נא להביע חוות דעתכם
etgaim77@outlook.com
או להעיר הערות, או להציע הצעות.